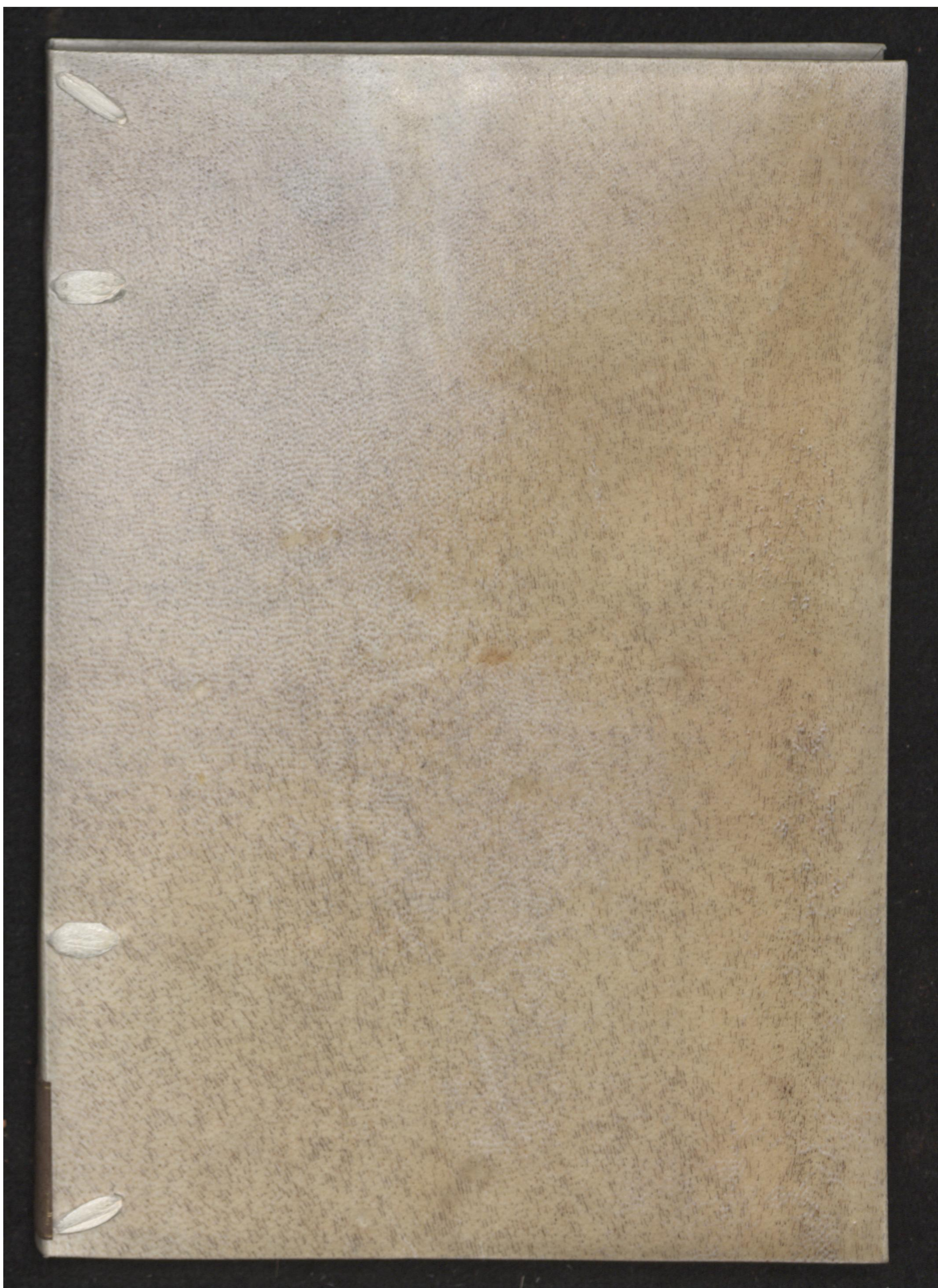
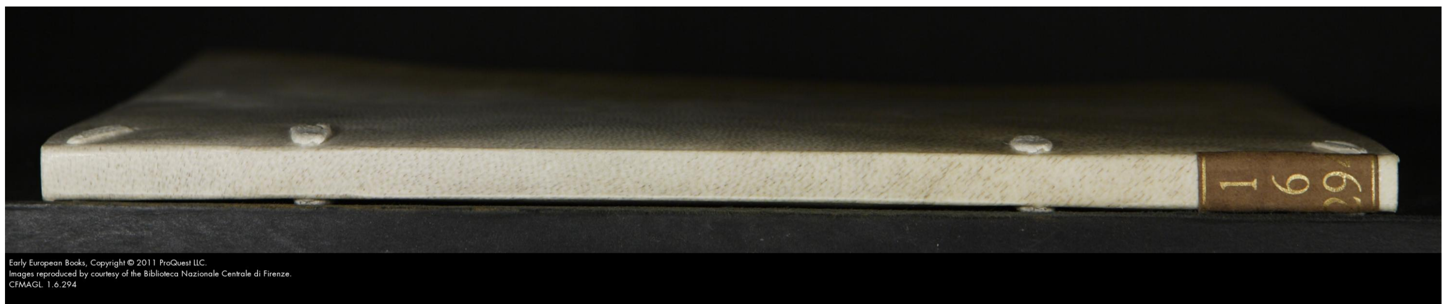


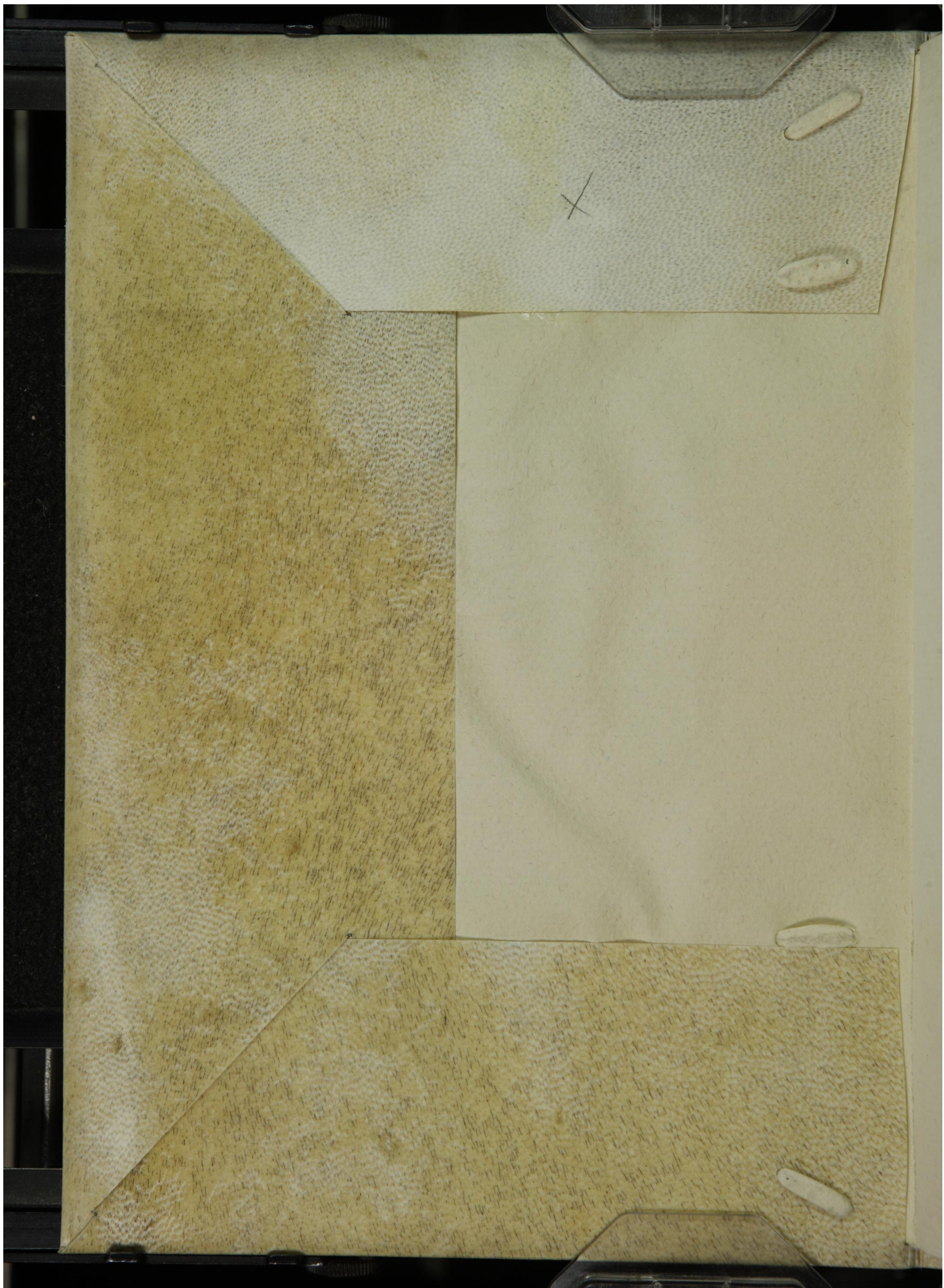












A



OPVSCVLVM GEOMETRICVM

DE

LINEA SINVVM ET CYCLOIDE

Auctore

ANTIMO FARBIO





ROMAE,

Typis HH. Francisci Corbelletti. 1659.

SVPERIORVM PERMISSV.

Imprimatur ſi videbitur Reuerendiſsimo P. Magiſt. Sac. Pal. Apoſtol.

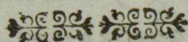


M. A. Oddus Epiſc. Hyerap. Viceſg.

Imprimatur
Fr. Donatus Carneſechius Reuerendiſſ. Pat. Magiſt. Sac. Palat. Apoſtol. Socius Ord. Præd.



Ad Illustrissimum
ABBATEM GRADIVM.



De quadam linea, quam sinuum voco, cuius aliquot proprietates nuper demonstraui, tecum mihi semel, iterumq. sermonem fuisse memini, Vir Illustrisšime; *commenta mea, vt tute scis, pressa apud me ac reposita seruare cogitaueram; sed à quodam Anonymo, Insigni, vt præsefert, Geometra, ad aliquot problemata demonstranda sollicitatus, cum ad propositum finem, eiusdem lineæ ductu, quasi Ariadnæ filo, iuxta facilè atque fæliciter peruenerim, facere non potui, quin nugas illas meas manumitterem, & publica libertate donatas, clarissimo tuo nomini, quod per tuam humanitatem mihi liceat, inscriberem: Methodus à me inita non omnino Caualeriana est, parum tamen ab illa discrepat: elementaria suppono, cum hæc rudioribus Tyronibus non scribam: quædam alia præ-*

mitto, breuiter tamen demonstrata, quæ mihi sunt positionum loco. Cæterùm rem mihi gratissimam feceris, si velocibus saltem ac currentibus oculis lustrare digneris; quid enim te omnigena literatura instructum, nec non maioribus vacantem studijs, in nugis diutiùs detinerem; hæc amicitiæ nostræ facilè dabis; si tamen tuus ille Riccius vestrorum Geometrarum facilè Coryphæus per te adduci possit (nec enim mihi tantùm arrogo) vt hæc etiam legat, id me summæ gratiæ loco habiturum, tibi persuadeas velim; Porro si hæc non prorsus ingrata tibi acciderint, centuriam illam meam de maximis & minimis, cuius aliquando inter colloquendum, mentionem feci, aliaque opuscula geometrica publici iuris faciam, vt maiori, vniuersæ, quam paro, Geometriæ codici prælubant. Vale Kalend. Octobris An. CIↃIↃCLVIII.

Definitio I.

Linea sinuum est sinuum rectorum, arcui quadrantis deflexo ordinatim applicatorum terminatio, vel est

Linea curua, descripta ab extremo puncto semidiametri, ascendentis, motu æquabili, per arcum deflexum quadrantis, accedente ad punctum oppositum, iuxta rationem sinus versi arcus decursi. Vtraque definitio in prima propositione explicabitur.

Definitio II.

Cyclois est compositarum ex sinubus & superioribus arcubus diametro eiusdem circuli ordinatim applicatarum terminatio; vel est Linea curua descripta à puncto mobili motu mixto ex motibus orbis & centri æqualibus.

Vtraque in 23. prop. explicabitur.

Definitio III.

Figura procedere dicitur per sua elementa, in qua accipiuntur parallelæ basi lineæ, si basis linea est, vel superficies parallelæ, si basis est superficies. Fig. 1.

Explicatur. Sit rectangulum *m d.* accipiantur quotcumque parallelæ basi *m n,* vt *p o,* &c. dicitur rectangulum *m d,* procedere per *m n, p o,* aliaque huiusmodi elementa: pari modo cylindrus *m d,* procedit per plana circularia *m n p o.* &c. item triangulum *m a n,* per lineas *m n, p u,* conus *m n a,* per circulos *m n, p u;* &c.

Definitio IV.

Figura Isoparallela est, quæ procedit per elementa basi æqualia, vt rectangulum, cylindrus, prisma, &c.

Definitio V.

Homogeneæ figuræ sunt, quæ procedunt per elementa proportionalia, v g. rectangulum *m d,* & cylindrus *m d,* sunt homogeneæ figuræ, quia vt linea *m n,* ad *p o,* ita planum *m n,* ad planum *p o.*

Definitio VI.

Centrum grauitatis est illud, ex quo suspensa perpendiculo quantitate, æquipondium est.

Definitio VII.

Libra est linea cuius extremitatibus annexa pondera, & perpendiculo suspensa, ex aliquo eiusdem lineæ puncto, faciunt æquipondium.

De-

Definitio VIII.

Momenta sunt appensorum ponderum nisus inuicem comparati.

Positio I.

Figuræ Homogeneæ eiusdem generis, altitudinis & basis, sunt æquales; eiusdem altitudinis sunt vt bases; eiusdem basis sunt vt altitudines; diuersæ basis & altitudinis sunt in composita basium & altitudinum. Sint duæ figuræ homogeneæ eiusdem generis *bac*; *bcd*. eiusdem basis & altitudinis; illæ sunt æquales, vt enim *ac*, est æqualis *cd*, ita *ei*, æqualis *ik*, atque ita de cæteris; igitur sunt æquales: sint eiusdem altitudinis, non basis, *abc*, *abd*, sunt vt bases *ad*, *ac*, vt enim *ad*, ad *ac*, ita *ek*, ad *ei*, atque ita de cæteris; igitur *abd*, est ad *abc*, vt *ad*, ad *ac*, sint eiusdem basis, non altitudinis, *abc*. *aec*. sunt vt altitudines *ab*, *ae*. vt enim *ab*, ad *ae*. ita *gi*, ad *gl*. atque ita de cæteris; igitur *abc*. est ad *aec*. vt *ab*. ad *ae*. sint demum diuersæ basis & altitudinis *abd*. *aec*. sunt in composita basium & altitudinum, id est vt rectangula sub *ba*, *ad*, & sub *ea*. *ac*. nempe *aec*, est ad *abc*. vt rectangulum sub *eac* ad rectangulum sub *bac*, *bac* verò est ad *bad*, vt rectangulum sub *bac*, ad rectangulum sub *bad*. igitur *eac*. est ad *bad*, vt rectangulum sub *eac*. ad rectangulum sub *bad*, id est in composita ratione ex rationibus *ae* ad *ab* & *ac* ad *ad*. Si basis sit planum erunt figuræ vt isoparallela sub basibus & altitudinibus. alijs porro figuris homogeneis idem modus demonstrandi applicabitur.

Positio II.

Quadrans est ad triangulum in composita ex ratione semidiametri ad altitudinem, & ex ratione arcus quadrãtis ad basim trianguli. Sit quadrans *adc*, & quodlibet triangulum *acb*, dico esse homogeneum quadranti; vt enim *ac* ad *ch*, ita *ab*, ad *bf*. igitur vt *ac*, ad *ab*, ita *cb* ad *bf*. sed vt *ac* ad *ab*, ita arcus *cd* ad arcum *be*. igitur figuræ procedunt per elementa proportionalia, per d. 3, igitur sunt homogeneæ, per d. 5. igitur sunt in composita basium & altitudinum per posit. 1. est autem basis quadrantis, eiusdem arcus; altitudo verò, eiusdem radius, vel semidiameter.

Fig. 2.

Coroll. I.

Hinc assumpta basi trianguli *cg*, æquali arcui *cd*, & altitudine *ca*, triangulum *acg* erit æquale quadranti *acd*. assumpta basi minore, vt *ck*, vel maiore, vt *cb*, erit *ack* ad *acd*, vt *ck* ad *cg*; & *acb* ad *acd*, vt *cb*, ad *cg*, denique *bck* ad *acd*. vt rectangulum sub *bck*, ad rectangulum sub *acg*.

Co-

Coroll. II.

Hinc rectangulum ſub radio *a c* & dimidia *c g* eſt æquale quadranti *a c d.* igitur rectangulum ſub *a c* & dupla *c g* eſt æquale circulo; ſub quadrupla vero *c g.* eſt duplum circuli. Hinc demum quilibet ſector, puta *a c m* eſt ad triangulum, puta *a c k* vt arcus *c m.* ad *c k.*

Poſitio III.

Cylindrus eſt ſeſquialter Hemiſphærij eiuſdem altitudinis & baſis. Fig. 3.
ſit quadrans *a l b.* rectangulum *a l.* triangulum *b m l,* voluantur cir-
ca *b l:* gignitur Hemiſphærium ab *a b l* cylindrus ab *a l.* conus à
b m l: his poſitis, genitum à trilineo *a m l* eſt homogeneum cono ge-
nito à *b l m.* cum enim circuli ſint vt quadrata radiorum; ſit quæli-
libet *e g.* quadratum *g e,* vel *b d* adæquat quadrata *g d* & *g b* vel
g f. igitur genitum à *g e* adæquat genitum à *g d* & *g f* vel *d e.* igi-
tur genitum à *g f* æquale eſt genito à *d e.* igitur genitum ab *l m* eſt
ad genitum ab *f g* vt ad genitũ à *d e.* igitur genita à trilineo *a m l*
& triangulo *b m l* ſunt homogenea, per d. 5. ſunt autem eiuſdem
baſis, genitæ ſcilicet ab *l m*; & altitudinis *b l.* igitur ſunt æqualia * $\frac{1}{3}$
per poſit. 1. cum igitur genitum à triangulo *b m l* ſit * cylindri ge-
niti ab *a l.* erit quoque * eiuſdem cylindri genitum à trilineo *a m l.* * $\frac{1}{3}$
igitur genitum ab *a l m,* ſcilicet hemiſphærium, eiuſdem cylindri
* adæquat, igitur cylindrus eſt ſeſquialter Hemiſphærij. * $\frac{2}{3}$

Poſitio IV.

Superficies Hemiſphærij eſt æqualis ſuperficiei cylindri eiuſdem
baſis & altitudinis demptis baſibus; nempe Hemiſphærium eſt ho-
mogeneum cono; vt enim genitum ab *l m* ad genitum à *g f,* ita ge-
nitum ab arcu *l a* ad genitum ab arcu *g p,* ſcilicet vt quadrata *l m,*
g f; eſt autem communis altitudo *b l*; igitur figuræ ſunt vt baſes, ſed
Hemiſphærium eſt duplum coni, per poſit. 3. igitur baſis coni geni-
ta ab *l m.* eſt * ſuperficiei Hemiſphærij genitæ ab arcu *l a.* eſt autem * $\frac{1}{2}$
ſuperficies cylindri genita ab *a m* dupla circuli geniti ab *l m.* nem-
pe æqualis rectangulo ſub *a m* & quadrupla arcus quadrantis, per
Coroll. 1. poſit. 2. igitur ſuperficies cylindri æqualis eſt ſuperficiei
Hemiſphæri: Hinc ſuperficies ſphæræ quadrupla maioris circuli.

Alio modo. Hemiſphærium eſt homogeneum cono; igitur illius * $\frac{1}{3}$
ſuperficies ducta in * altitudinis *b l.* producit ſolidum; cylindrus
verò quatenus procedit per ſuperficies cylindricas eſt homogeneus * $\frac{1}{2}$
triangulo; igitur ſuperficies genita ab *m a* ducta in * *m l.* vel *b l.*
producit ſolidum; eſt autem ratio productorum, ſeu ſolidorum * al- * $\frac{1}{2}$
tera ratio eſt * igitur altera, quæ eſt ſuperficierum, eſt * igitur ſu- * $\frac{3}{2}$ * $\frac{1}{1}$
perficies æquales ſunt.

Poſi-

Positio V.

Secta sphæra per plana parallela, segmenta superficiei sphæricæ sunt vt segmenta diametri, ad angulos rectos à planis sectæ: sit v. g. planum *ek*. dico superficiem genitam ab arcu *ad*. esse ad genitam ab arcu *dl*, vt *bg*. ad *gl*. nempe genitum ab *abm*. est æquale hemisphærio, per Posit. 3. estque genitum ab *abe*, procedens per superficies cylindricas, quarum prima est genita ab *ae*. homogeneum genito ab *abd*. procedenti per sphæricas, quarum prima est genita ab *ad*. cum autem genitum à *gf* sit æquale genito à *de* & cũ genitum à *bfg* sit ad genitum à *bed* vt basis genita ab *fg* ad genitam à *de*, erit genitum à *bfg* æquale genito à *bde*. sed genitũ à *bfg* æquale est genito à trilineo *aed* sublato autem communi genito à trilineo *ued*. erunt residua æqualia, genita scilicet à *bud*. & *aeu*. igitur genitum à *bad* æquale genito à *bae*. sed hæc sunt homogenea, eiusdem altitudinis *ab*. igitur & eiusdẽ basis per posit. 1. sunt autem bases genitæ ab *ae*. & arcu *ad*. sed genita ab *ae* est ad genitam ab *em*. vt *ae* ad *em*. vel vt *bg*. ad *gl*. igitur genita ab arcu *ab*. ad genitam ab arcu *dl*, vt *bg*. ad *gl*. idem assumpto quolibet alio puncto demonstrabitur; igitur segmenta superficiei hemisphærij sunt vt segmenta semidiametri ab ijsdem planis; igitur segmenta superficiei sphæræ vt segmenta diametri.

Positio VI.

Fig. 4. Si vt *ad* radius quadrantis *adK*. vel sinus totùs ad *di* sinum rectum anguli *bal*, ita *di* ad *de*, erit *ad* ad *ai*, vt *ai* ad *ac*. cuius & *ad* differentia est eadẽ *de*. quæ est sinus versus anguli *dbi* dupli *dai*, in quadrante *dbm*. sub radio *bd*. subduplo prioris *ad*. nempe subtensa *dh* & omnes aliæ secantur bifariam à peripheria *dma*. hæc constant ex elementis.

Positio VII.

Fig. 5. Si sit qualibet figura, puta semicirculus *abm*. quæ voluatur circa *ac*. genitum ab *amb* est ad genitum à rectangulo *al* vt isoparallelum sub basi *amb* & altitudine *am*. ad parallelepipedũ sub basi *al* & altitudine *am*. nempe genitum ab *am* est ad genitum à *di*. vt quadradum *am* ad quadratum *bi* minus quadrato *bd*. id est ad rectangulum sub basi *di*. & altitudine *am*, idem qualibet alia assumpta demonstratur, igitur genitum ab *amb* est ad genitum ab *al*. vt isoparallelum, sub basi *amb* & altitudine *am* ad parallelepipedum eiusdem altitudinis, sub basi *al*. Si assumatur quælibet alia figura, v. g. triangulum *amb*, vel quodlibet aliud trilineum, idem prorsus demonstrabitur.

PO-

Positio VIII.

Figuræ homogeneæ eiusdem altitudinis habent centrā grauitatis à basi æquidistant a. Sint *cab*, *eab* figuræ homogeneæ, sit *da*. distantia centri grauitatis figuræ *cab* à basi *ac*; erit eadem centri figuræ *eab* à basi *ae*; si enim perpendiculo *df*, suspendatur *eab* erit æquipondiū; igitur momenta trapezij *acfd* & trianguli *dfb* sunt equalia; at sunt in composita quantitatum & distantiarum permutando; cum autem sit trapezium *adge* ad *dgb*, vt est *adfc* ad *dfb*; sit in *ol* centrum grauitatis *dfb*; sitque vt trapeziū *adfc* ad *dfb*, ita *od* ad *di*, erit trapezij centrum in *ib*; igitur & centrum *gdb*, in *om*, & trapezij *adge*, in *iK*; igitur totius figuræ *abe* in *dg*, idem in quibusuis alijs homogeneis, siue solidis, siue planis demonstratur. hęc cursim ac breuiter indico, quę apud Caualeriū exercit. 5. p. 9. & alios, qui de statica in rigore geometrico scripserunt, fusius demonstrata inuenientur; igitur cum hæc supponi possint, breuiter indicasse satis erit. Fig. 6.

Positio IX.

Si duæ figuræ, v.g. *ea*, *bac*. in communi axe *ba* librentur, erūt momenta vt solida ab eisdem circa *ba* reuolutis genita, quia momenta sunt in composita ex ratione quantitatū, & ex ratione distantiarum centri vtriusque figuræ ab axe communi *ba*. igitur momentum K*g* est ad momentum *gi*, in composita ex ratione totius ad totam, & dimidiæ ad dimidiam, id est in duplicata *g*K ad *gi*, id est vt quadratum *g*K ad quadratum *gi*, id est vt genitum à *g*K. ad genitum à *gi*. idem qualibet alia assumpta ostendetur; igitur momentum totius *ea* est ad momentum *bae* vt genitum ab *ia* ad genitum à *bae*. hæc breuiter indico; videri possunt fusiùs demonstrata apud citat. Caualer. & Torricellum de dimens. parab. lem. 31. Fig. 7.

Coroll.

Hinc data ratione figurarum & distantiarum ab vtroque centro, v.g. *gf*, *gb* cognoscitur ratio solidorū, seu genitorum ab eisdem figuris & viciſsim, data ratione solidorum, & distantiarum, habetur ratio figurarum & data ratione solidorum & figurarum habetur ratio distantiarum.

Propositio I.

Figura homogenea figuræ sinuum, cuius basis quadrupla est axis, æquat superficiem hemisphærij, sub radio, æquali basi figuræ sinuum. Fig. 8. Vt hæc propositio intelligatur, aliquid constructionis adhibendum est. Sint *bae* ad angulos rectos, sitq. *ae* quadrupla *ab*; sit quilibet quadrās *apl*, eius arcus *al* diuisus bifariā in *f*, sinus *fz*, diuidatur

ab bifariam in *d*, fitque vt finus totus *ap* ad *fz* ita *ae* ad ordinatim applicatam *db*. eodem modo inuenientur aliæ ordinatim applicatæ, arcu *al* & recta *ab* proportionaliter diuifis; denique per extremitates applicatarum curua *bbe* ducta cenfeatur; fit *aq* æqualis *ab*, fitque vt *ae* ad *db* ita *ae* ad *dK*: idemque fiat in alijs applicatis, erit figura *abKq* homogenea figuræ *abbe*. fit demum *ac* ad *ab* vt radius, vel femidiameter ad arcum quadrantis, fit *ap* æqualis *ac*, fitque *di* æqualis *fz*; & fimiliter applicentur alij finus; erit *btp* linea finuum, vocetur autem *abp* figura finuum, *ab* axis, *ap* bafis, *apl* quadrans genitor, *cbt* fegmentum rectum, *γtp* fegmentum verfum, *ct*. *di*, ordinatim applicatæ; *tγ* parallela axi, *actp* trapezium figuræ rectum, *abtγ* trapezium verfum, genitum à figura circa *ba* folidum rectum, circa *ap* folidum verfum. conftat autem, *ae* quadruplam *ab* æqualem effe peripheriæ circuli, fub radio *ac*, vel *ap*; conftat etiam, figuram *abe* effe homogeneam figuræ finuum; deniq. voluatur *pa* in plano quadrantis, punctum *a* defcribit arcum *afl* æqualẽ rectæ *ab*, qui fi voluatur circa *lp*, vt *a* defcribit peripheriam, fub radio *pa*, ita *f* fuam defcribit, fub radio *fz*, & quodlibet aliud punctum fuam, fub radio, qui eft finus terminatus ad punctum genitorem, ac demum totus arcus *afl* fuperficiem Hemifphærij; his pofitis facilè demonftratur propofitio.

Eft enim figura *abbl* homogenea figuræ finuum *abtp* per d.5. bafis *ae* quadrupla eft axis, *ab* eftque vt *ap* ad *fz*, ita *ae* ad *db*, *ae*, eft æqualis peripheriæ fub radio *ap* genitæ fcilicet ab *a*. igitur *db* æqnalis peripheriç fub radio *fz* genitæ fcilicet ab *f*. igitur figura *abe* & fuperficies hemifphærij, genita ab acrcu *afl* funt figuræ homogeneæ, per d.5. funt eiufdem bafis.; nam *ae* eft æqualis peripheriç genitæ ab *a*; item eiufdem altitudinis, nam arcus *al* æqualis eft rectæ *ab*; igitur figuræ funt æquales, per pofit. 1.

Propofitio II.

Figura *abbe* eft ad *abKq* vt *ae*, ad *ae*; item ad figuram finuum vt *ae* ad *ap*, id eft vt peripheria ad radium, quia cum fint homogeneæ per conftruct. ac eiufdẽ altitudinis *ab*, funt vt bafes per pofit. 1. igitur vt *ae* ad *aq* & *ab*. idem de omnibns alijs homogeneis demonftrabitur.

Propofitio III.

Quælibet figura homogenea figuræ Sinuum *abtp* & eiufdem altitudinis *ab* æqualis eft rectangulo fub fua bafi & *ac*, vel *ap*. nam cum *abbl* fit æqualis duobus circulis, fub radio *ac* vel *ap*, per pofit. 4. æquat rectangulum *af*, per corol. 2. pofit. 2. igitur cum

abbe.

abbe, sit ad *abtp* vt *ae* ad *ap* per 2. prop. erit vt rectangulum *af*, ad rectangulum *al*. igitur *abtp* æqualis est rectangulo sub basi *ap*, & *ac*; pari modo ostendetur *abkq* æqualem esse rectangulo *an*, atque ita de cæteris.

Coroll. I.

Hinc figura sinuum æqualis est quadrato suæ basis, seu radij quadrantis genitoris; sic *abtp* est æqualis quadrato *al*. est enim *al* quadratum; quia *ap* est æqualis *ac*.

Coroll. II.

Trilineum *bmp* adæquat differentiam quadrati radij, scilicet *al* & semicirculi sub eodem radio; est enim *am*, æquale semicirculo, per Corol. 2. Posit. 2. & *abtp* æqualis quadrato radij.

Coroll. III.

Hinc prędictum trilineum æquale est rectangulo *em* sub radio & differentia eiusdem radij & arcus quadrantis.

Coroll. IV.

Idem trilineum adæquat bis segmentũ circuli sub radio *ap*, contentum arcu quadrantis, & subtensa.

Coroll. V.

Segmentum contentum recta *bp* & curua *btp*, id est linea sinuum, est æquale trilineo *acl*.

Coroll. VI.

Vt *ao* quadratum arcus quadrantis ad *am* seu semicirculum, ita *am* ad *al* quadratum radij; hinc semicirculus est medius proportionalis inter quadrata radij & arcus quadrantis.

Coroll. VII.

Trilineum *cbp* æquat trilineum *acl*. item *bct* æquat trilineũ *plt*. item *bcy* æquat sectionem sub arcu *yp*, & recta *yp*.

Schol.

Fingendum est animo arcum *asl*, remissa curuitate, in rectam *ab* deflecti; item singulas peripherias arcui *asl* ordinatim ad angulos rectos applicatas (sic enim radius in arcum incidit) in rectas æquales etiam deflecti, ipsi *ab* ordinatim applicatas ad angulos rectos; sic tota superficies hemisphærij ab arcu *asl* genita in figuram planam *abbe* abit, eademque manet quantitas, sed rotunda

dumtaxat & curua in recta & plana mutantur.

Prop. IV.

Fig. 9. Si figura sinuum voluatur circa axem, genitum est subduplum cylindri eiusdem basis & altitudinis: sit figura sinuum *a b e*, quadrans *a d e* sint *d g*, *i e* arcus æquales: sitque sinus *e g* in *o r* translatus, & *K i* in *l u*; erit *o b* æqualis *a l*, item arcui *d g*, vel *i e*; cum autem quadratum *a e*, vel *a i* adæquet quadrata *K i* & *i e*, vel *e g*, id est quadrata *l u*, & *o r*; erit differentia quadratorum *l u*, *l m*, æqualis quadrato *o r*. sunt autem circuli vt quadrata radiorum: igitur genitum ab *l u* cum genito ab *o r* adæquat genitum ab *l m*. igitur genitum ab *o r* æquale est genito ab *u m*. pari modo genitum ab *r s* est æquale genito ab *l u*; igitur genita ab *a b e* & à trilineo *b s e* sunt homogenea; igitur æqualia, cum sint bases æquales, & eadem altitudo; igitur alterutrum est subduplum geniti ab *a s*, cylindri scilicet eiusdem basis & altitudinis.

Coroll. I.

Hinc semiparabola sub axe *a b* & base *a e* est quidem maior figura *a b e*; reuoluta tamen circa axem gignit solidum æquale genito à figura *a b e*, si autem *a b* diuidatur bifariã in *n*, & ducatur *n p* prædicta semiparabola secat lineam sinuum in *p i*, & applicatæ supra *n p*. in parabola, sunt maiores, infra verò, minores, quàm in linea sinuum.

Coroll. II.

Genitum à qualibet figura homogenea figuræ sinuum, est subduplum cylindri eiusdem altitudinis & basis, sunt enim figurarum homogenearum genita homogenea.

Coroll. III.

Fig. 8. Genitum à quadrante *a b e* est ad genitum à figura *a b K q*. vt 4. ad 3. quia genitum à quadrante, scilicet hemisphærium, est ad cylindrum eiusdem basis & altitudinis, vt 4. ad 6.

Coroll. IV.

Genitum a quadrante genitore *a l p* vel *a e p* est ad genitum à figura *a b p* vt * radij *e a* ad * *a b* æqualis arcui quadrantis *a s l*; id est, iuxta cyclometriam Archimedeam, vt 28. ad 3. ad genitum verò à trilineo *e b p* vt * *a e* ad differentiam * *a e* & * *a b*, id est vt 28, ad 5.

*1/2 *2/3 *1/3 *2/3 *2/3

Corol.

Coroll. V.

Si sit media proportionalis inter *a b a p*, parellelepidum sub illius quadrato, & altitudine *a b* adæquat genitum à figura *a b t p*; est enim subduplum eiusdem cylindri, cum basis illius sit æquàlis semicirculo.

Coroll. VI,

Genita à figuris homogeneis *a b t p* eiusdem altitudinis, sunt vt quadrata basium figurarum, v.g. genitum ab *a b t p* est ad genitum ab *a b* K *q* vt quadratum *a p* ad quadratum *a q*.

Coroll. VII.

Genitum à lunula contenta arcu quadtantis *b u q* & curua *b k q* est subduplum geniti à triangulo *a b q*; sit enim genitum à rectangulo *a o*, 6. genitum à triangulo *a b q* erit 2. à figura *a b K q* 3. à quadrante *a b u q* 4. igitur à lunula 1. igitur subduplum geniti à triangulo *a b q*, & equale genito à segmento contento curua *b*.K*q* & recta *b q*. Hinc vt superficies genita à recta *b q* diuidit bifariam genitum à quadrante, scilicet Hemisphærium, ita superficies genita à curua *b K q* diuidit bifariam genitum à segmento quadrantis, contento arcu *b u q* & recta *b q*.

Coroll. VIII.

Si sit quadrãs *a t m b*, & figura homogenea figurę sinuum *a t n b*; rectangulum *a g*, *a t* diuisa bifariam in *c*, *c f* parallela *a b*, recta *t b*; genita à quatuor segmentis *c d e o f* sunt æqualia; sit enim genitum à *c f* 16. erit genitum à *c d* 4. à *c e* 8. à *c o* 12. igitur à *d e* 4. ab *e o* 4. ab *o f* 4. ac proinde æquali a. Fig. 10

Coroll. IX.

Si ducantur duæ *r p*, *l b* parallelæ *e f*, & ab eadem æquedistantes, cum genita ab *r f* & *i b* sint æqualia, sunt enim *a l*, *r t*, *r f* æquales, item genita ab *l K*, *m p*; erunt etiam genita ab *r m* & *K b* æqualia, & subtractis æqualibus genitis ab *r f* & *i b* residua erunt æqualia, genita scilicet ab *f m*, *K i*. idem quibusuis alijs assumptis demonstrabitur: hinc cono genito ab *a t b* subtracto ab hemisphærio, residuum à plano *c f* bifariam diuiditur.

Coroll. X.

Si *a l*, *o b* assumantur æquales, cylindrus sub basi circulo ab *a c* genito, & altitudine *a l*, adæquat genita à segmento recto *o b r* & à trapezio *a l u c*; nempe genitum à trilineo *c u m* est æquale genito à segmento *o b r* Fig. 9.

Corol.

Coroll. XI.

Hinc genitum ab *luro* eſt ad reliquum vt *nl* ad *la*. Hinc poteſt haberi fruſtum medium in qualibet data ratione ad totum, ſi poſtuletur ratio ſeſquitertia ſit *nl* ad *na* vt 3 ad 4. erit genitum ab *luro*. ad genitum à figura *abc* vt 3. ad 4. id eſt vt *nl* ad *na*.

Coroll. XII.

Hinc demum genita ab *obr* & *cmu* ſunt æqualia. item genita ab *aluc* [& à *brδſ*; item genita ab *rtyδ*, & ab *luθγ*. &c.

Propoſit. V.

Segmentum quodlibet rectum figuræ ſinuum eſt ad totam figurã vt ſinus verſus illius arcus, cui altitudo ſegmenti ęqualis eſt, ad ſinum totum. Sit enim ſegmentum quodlibet *nbp* cuius altitudo *nb* ſit æqualis arcui *db* ac proinde *bf*, æqualis *np*; dico ſegmentũ *nbp* eſſe ad totam figuram *abc* vt ſinus verſus *df* ad ſinum totũ *da*: cum enim figura *abc* ſit homogenea ſuperficiei Hemiſphærij, hæc diuiditur in ratione ſegmentorum radij per Poſit. 5. v. g. Si voluatur arcus *dc* circa *da*, ſuperficies genita ab arcu *db* eſt ad genitam ab arcu *dc* vt ſegmentum *nbp* ad figuram *abc*; ſed genita ab arcu *db* eſt ad genitã ab arcu *dc* vt *df* ad *da*, per Poſit. 5. igitur ſegmentum *nbp* eſt ad *abc*, vt *df* ſinus verſus arcus *db* æqualis *nb* altitndini ſegmenti, ad *da* ſinum totum; idem aſſumpto quouis alio ſegmento demonſtrabitur.

Coroll. I.

Hinc dari poteſt ſegmentum, quod ſit ad totam figuram in data qualibet ratione, v. g, ſit data ratio *de* ad *da*, ſit *or* applicata æqualis *og*, erit ſegmentũ *obr* ad totam *abc* vt *de*, ad *da*. hinc ſi poſtuletur ſegmentum, qnod ſit *totius, ſit *df*, verbi gratia * *da*, ſit *nb*. applicata æqualis *fg*, erit *nbp* ad *abc* vt 1. ad 4. hinc ſi *aγ* ſit * *ab* erit *γbθ* * *abc*, ac proinde *γθ* diuidit figuram ſinuum æqualiter.

* $\frac{3}{4}$ * $\frac{1}{4}$ * $\frac{1}{2}$ * $\frac{1}{3}$

Coroll. II.

Hinc ſegmentum rectum eſt ad totam figurã, vt applicata trilineo figuræ coniuncto æquè diſtans à baſi trilinei, ac baſis ſegméti à baſi figurę, ad baſim trilinei v. g. ſit ſegmẽtũ *obr*, trilineũ figurę coniũctũ *bſc* baſis trilinei *bſ*, diſtantia baſis ſegmenti à baſi figuræ *oa*, ſit ęqualis à baſi trilinei *ſm*; dico ſegmentum *obr* eſſe ad totam *abc*. vt applicata trilineo *um* ad baſim *bſ*: ſit enim ſinus *eg* vel *zi* æqualis *or*, ac proinde *ob* æqualis arcui *dg* vel *ci*, ſegmentum

obr.

abr est ad totam abc, vt de, vel zc ad da, vel ac; sed lu est æqualis az, vel ae; igitur um æqualis zc; igitur obr est ad abc, vt um ad bf. idem de quolibet alio segmento demonstrabitur.

Propositio VI.

Definiri potest ratio segmenti versi ad totam figuram sinuum. Sit figura sinuum apt, quadrans amt, trilineum annexum put, sit ak æqualis at, ac proinde quadratum an; sit quodlibet segmentum versum brt; ducatur lr indefinitè, sit lr æqualis if; denique per punctum x, in quo br axis segmenti secat Kn latus quadrati an, ducatur axf, & ex f demittatur fc, parallela axi rb, cũ tota figura apt sit ad segmentum rectum lpr, vt at, ad it, per prop. 5. & ad rectangulum ar, vel ad ipsi æquale, vt at ad ac, erit ad reliquum, scilicet ad segmentum versum brt, vt at ad ci; igitur inuenta est ratio quæsita. Fig. 11.

Coroll. I.

Hinc tota figura est ad vtrumq. segmentũ art, lpr, vt at ad ct.

Coroll. II.

Hinc tota figura est ad segmentum versum, vt sinus totus ad basim segmenti, minùs composita ex excessu, quo sinus totus superat sinum rectum arcus æqualis axi segmenti, & ex linea, quę sit ad excessum, quo prędictus axis superat radium, vt sinus complementi prędicti, arcus ad radium.

Propos. VII.

Si voluatur figura sinuum circa parallelam axi, in extrema basi erectam, genitum à figura erit ad cylindrum eiusdem altitudinis, sub basi circulo genito à basi fig. vt composita ex radio & excessu, quo radius superat dimidium axis, ad totum axem. Sit enim fig. Sinuum abc, perpendiculariter insistens plano quadrati ae, sitque solidum procedens per quadrata ae, ni, &c. sub basi ae, & altitudine ab, ac proinde homogeneum genito à fig. abc circa axem ab reuolutę, sit isoparallelum sub basi abc, & altitudine ad, procedens scilicet per plana æqualia abc, dke, sit ax ęqualis ac. item an, ęqualis bn, & xu ęqualis xn, erit isoparallelum prędictum ad parallelepipedum af, scilicet sub quadrato ae, & altitudine ab, vt abc ad rectangulum al; sunt enim isoparallela homogenea, igitur si sint eiusdem altitudinis, sunt vt bases, per posit. 1. igitur vt ax ad ab; prędictum verò solidum homogeneum procedens per quadrata ae, ni, est ad parallelepipedum af, vt an ad ab, per prop. 4. igitur est ad isoparallelum prædictum vt an ad ax, igitur ad differentiam Fig. 12.

rentiā vtriusq. vt *a n* ad *n x*, sublato autē ex parallelepipedo *a f*, solido procedente per quadrata *b f*, *i h*, scilicet sub applicatis trilineo K *f e*; & sublato ex residuo, præfato homogeneo, procedente per quadrata *a e*, *n i*, sub applicatis fig. residuum procedet per supplementa gnomonum parallela *i g*, *i f*; vt enim ex quadrato *n b*, sublato *i b*, & ex residuo, sublato *n i*, restat supplementum gnomonis *i g*, *i f*; ita fit in quolibet alio quadrato assumpto; cum autem *i g* sit æquale *i f*, idque quolibet alio quadrato assumpto erit excessus, quo residuum parallelepipedi, sublato solido procedente per quadrata *b f*, *i b*, superat isoparallelum, sub basi *a b c*, & altitudine *a d*, æqualis excessui, quo prædictum isoparallelum superat prædictum homogeneum, procedens per quadrata *a e*, *ni*; igitur hoc ipsum homogeneum, est ad isoparallelum prædictum, vt *a n* ad *a x*; & huic addita vtriusque differentia, vt *a n* ad *a u*; denique ad solidum procedens per quadrata *b f*, *i b*, vt *a n* ad *u b*:

Cum verò solidum procedens per quadrata *b f*, *i b*, sit homogeneum genito à trilineo *k f e*, vel *b l c*, circa *l c* reuoluto; erit hoc genitum ad cylindrum eiusdem basis & altitudinis, vt *b u* ad *b a*; igitur genitum à *b a c* circa *c l* reuoluta, erit ad eumdem cylindrum vt *a u*, ad *a b*; igitur vt composita ex radio *a x* & *x u*, scilicet excessu, quo radius *a x* superat *a n* dimidiam axis *a b*, est enim *x u* æqualis *x n*, ad *a b*.

Coroll. I.

Hæc facilè reduci possunt ad calculos, iuxta cyclometriam Archimedis; nam erit *a n* ad *a x*, vt 11. ad 14. ad *a u*, vt 11. ad 17. ad *u b*, vt 11. ad 5. hinc si cylindrus genitus ab *a l* circa *c l*, sit 22. erit genitum à trilineo *b c l* 5. à fig. verò *a b c* 17. & parallelepipedum *a f*, ad isoparallelum sub *a b c*, & *a d*, vt 22. ad 14.

Coroll. II.

Si inter *n g*, *n p* sit media proportionalis, itemque inter latera aliorum rectangulorum parallelorum *n m*, solidum procedens per quadrata sub prædictis medijs proportionalibus, æquale est isoparallelo sub *a b c*, & *a d*: si verò applicatis *b a* ordinatim prædictis medijs proportionalibus, voluatur fig. circa *a b*, genitum erit ad cylindrum eiusdem basis, & altitudinis, vt *a x* ad *a b*; id est vt 14. ad 22.

Prop. VIII.

Fig. 13 Si sit fig. sinuum *c a e*, & alia axe communi *c a b*, sitque solidum isoparallelum sub *e a b*, & altitudine *a i*, æquali *a c*, ac demum solidum secetur plano *b i s*, frustum inferius *r i q b* est ad totum solidū vt radius *c e* ad axem *c a*; superius verò, vt differentia axis & radij

ad

ad axem; & ad aliud frustum, vt prædicta differentia ad radium: dium: demonstratur. sit *i t* æqualis radio *te*, sitque fig. sinuum *t o i*, & trilineum socium *o a i*; frustum superius *s a b i* procedit per segmēta recta parallela *b a s*, *n d m*, &c. est autem *b a s* ad *n d m*, vt *a o* ad *d f*, per Coroll. 2. Prop. 5. idem de quolibet alio segmento assumpto demonstrabitur; igitur frustum *s a b i* est homogeneum trilineo *a o i*; igitur vt trilineum *a o i* ad rectangulum *a t*, ita frustum *s a b i* ad isoparallelum sub eadem basi *e a b* & altitudine *a i*; sed rectangulum *a t* est ad trilineum *a o i*, vt axis *a i* ad differentiam axis *a i*, vel *a c*, & radij *c e*; igitur præfatum isoparallellum est ad prædictum frustum in eadem ratione; igitur ad frustum *r i q b* vt axis ad radium; igitur frustum *r i q b* ad frustum *e a b i*, vt radius ad prædictam differentiam.

Coroll. I.

Hinc frustum *r i q b*, quatenus procedit per trapezia recta parallela plano *r i q* est homogeneum fig. sinuum *t o i*; nempe vt *t i* ad *r f*, ita *r i q*. ad *z m n u*.

Coroll. II.

Hinc quodlibet trapezium rectum est ad totam figuram, vt applicata fig. æquè distans à basi fig. ac basis segmenti recti, trapezio cōmissi, distat à vertice fig. ad radium, v. g. sit segmentum rectum *o b r*; sit *l u* applicata, æquè distans ab *a c*, ac *o r* à vertice *b*, erit trapezium *a o r m* ad totam *a b c* vt *l u* ad *a c*; quia cum tota *a b c* sit ad *o b r*, vt *l m* ad *u m*, erit ad reliquum, scilicet *a o r c*, vt *l m* ad *l u*. Fig. 9

Coroll. III.

Hinc vt rectangulum *t a* diuiditur per curuam *b i f i*, ita isoparallelum prædictum per planum *b i e*; igitur iuxta rationem Archimed. frustum superius est ad inferius vt 4. ad 7. ad totum verò, vt 4. ad 11. inferius verò ad totum vt 7. ad 11. Fig. 13

Prop. IX.

Centrum grauitatis figuræ sinuum integræ, seu duplicatæ, cum axe communi, ita diuidit axem, vt segmentū versùs verticem fig. sit ad totum axem, vt radius ad arcum quadrantis; sit fig. sinuum *c a e*, cum socia *c a b*; axis communis *a c* ita diuisus in k, vt segmētum K *a* sit ad totum *c a*, vt radius ad arcum quadrātis, erit k centrum grauitatis fig. *e a b*; quod sit in axe *a c*, constat, cum *a c* diuidat bifariam omnes applicatas *e b*, *b g*, &c. quod sit in K, demonstratur; demittatur K *x*, parallela *a i*, diuisæ bifariam in *f*, ductaque *f s*

parallela *a e*. ducantur *i δ*, *ſc*; hæ ſunt parallela, in *i δ* eſt centrum grauitatis fruſti *r i q b*, quia tranſit per centra grauitatis omnium rectangulorum parallelorum *e r*; item in *ſc* erit centrum grauitatis *e a b i*, quia tranſit per centra grauitatis omnium rectangulorum parallelorum H *n*; ſit in *p* v.g. centrū fruſti *e a b i*, ſitque punctū *y*, in quo *ſ δ* ſecat k *x*, ac ducatur *p y θ*; cū triãgula *ſ p y*, *δ θ y* ſint proportionalia, erit vt *p y*, ad *θ y*. ita *ſ y* ad *y δ*, id eſt *a* k ad k *c* ſed *p y* eſt ad *y θ*, vt fruſtum *r i q b* ad fruſtum *e a b i*; ſunt enim diſtantiæ vt pondera permutando; igitur *a* k eſt ad *K c*, vt fruſtum inferius ad ſuperius; igitur ad *a c*, vt ad totum; igitur vt radius ad arcum quadrãtis. Hoc iam demonſtratum fuit in genere, de quolibet iſoparallelo à Torricello apud Caualerium exercit. 5. prop. 17.

Coroll. I.

Hinc centrum grauitatis iſoparalleli erit *y*; quia K *x* per centra omnium planorum parallelorum *b a e*, *r i q* ducitur; igitur erit in k *x*; *ſ δ* ſimiliter tranſit per centra grauitatis omnium planorum parallelorum *b q*, igitur erit in *ſ δ*, igitur in *y*.

Coroll. II.

Hinc centrum grauitatis fig. ſinuum *c a e* eſt in recta k *b*, vt patet; item fig. *c a b* in recta k *g*; nempe centrum vtriuſq. æquè diſtat ab *e b* ſeu vertice *a*; cum tota *e a b* ſit homogenea ſingulis ſeorſim.

Propoſit X.

Fig. 14

Centrum grauitatis fig. ſinuum diſtat ab axe * Axis, & à baſi, ipſo exceſſu, quo axis ſuperat baſim; ſit linea ſinuum *a m c*, cum rectangulo *c y*; momenta vtriuſque fig. libratæ in *c m*, ſunt vt ſolida genita à figuris circa *c m* reuolutis, per poſit. 9. eſt autem genitū à *c y* duplum geniti ab *a c m*, per prop. 4. ſed ratio ſolidorum genitorum à figuris eſt compoſita ex ratione figurarum, & ex ratione diſtantiarum centri vtriuſque ab axe communi, per poſit. 9. igitur momentum rectanguli *c y* eſt ad momentum fig. *c m a*, in compoſita ex ratione *c m*, ad *c o*, vel *m d* æqualem, quæ eſt ratio figurarum, & ex ratione *e q*, vel *ſ t* dimidiæ *c x*, hæc enim eſt diſtantia centri *q* ab axe *c m*, ad diſtantiam centri fig. *c m a*, ab eodem axe *c m*; id eſt momentum rectanguli, eſt ad momentum fig. vt rectangulum ſub *c m*, *c t*, ad rectangulum ſubduplum, ſub altero laterum æquali *c o*, & ſub alio, quod facilè inuenitur ducta *o r*, item *c r*, *p u ſ*; eſt enim *c p* æquale *c q*: eſt autem *e u* * *m c*; cum enim *e p*, *c q* ſint æqualia, vt *c o* ad *c e*; dimidiam *c m*, ita *c t* dimidia *c o*, ad *c ſ* dimidiã *c e*; igitur *c ſ*, vel *e u* eſt dimidia *c e*; igitur * *c m*; igitur *c ſ* eſt alterū latus rectanguli quæſitum; igitur eſt diſtantia centri grauitatis fig. *c m a* ab axe

m c,

Margin notes: * $\frac{1}{4}$; * $\frac{1}{4}$; * $\frac{1}{4}$

c m; cum demum *c d* sit excessus, quo axis *c m* superat basim *c a*, ducta *d f* parallela basi, & assumpta *d f* æquali *c ſ*, centrum grauitatis fig. *c m a* est in *f*.

Coroll. I.

Hinc cum *m e* sit ad *d f* vt 4. ad 1. id est vt rectangulum *c y* ad rectangulum sub * *c m*, & sub *c a*, id est, vt semicirculus ad semiquadrantem, erit *c a* ad *d f* vt quadratũ radij ad semi quadrantẽ; igitur facta libratione & assumpto libræ brachio *c x*, cũ perpendiculo *c m*, semiquadrans æquipõderabit fig. *c m a*; sunt enim mométa æqualia scilicet, in composita ex ratione *c x* ad *c y*, & ex ratione *c y* ad *c x*. *$\frac{1}{4}$

Coroll. II.

Hinc habetur centrum trilinei *m k a*, ducta scilicet *e g*, æquali *e q*, & per *g*, *f g b*, sit vt *c d* ad *d m*, ita *f g* ad *g b* erit *b* centrum quæsitum : res autem ad calculos facilè reducitur, sit *c m* 11 erit *c a* 7. item *c o*, *m d*, igitur *c d* 4. *d e* * *e u* * *n m*, vel *i* K * *l k* * *$1\frac{1}{2}$ *$2\frac{5}{8}$ *$2\frac{7}{8}$ *$2\frac{3}{16}$

Coroll. III.

Fig. 13.

Hinc vtriusque frusti isoparallelli, de quo supra in proposit. 8. centrum grauitatis inuenitur, cum enim frustum superius *e a b i* sit homogeneum trilineo *o a i*, per prop. 8. centrum frusti æquè distat à base *e a b*, ac centrum trilinei à base *a o*; hæc autem distantia habetur per Coroll. 2. sit *a d*, ducatur *d p* parallela *a c*, dico centrum frusti esse in *p*; cum enim sit in *c ſ*, item in *d p*, erit in *p* puncto communis sectionis: pari modo habetur θ centrum alterius frusti, tum ducta per *y* recta *p* θ, tum etiam eadem methodo; cum hoc frustum sit homogeneum fig. sinuum *t i o*. per Coroll. 1. Prop. 8.

Coroll. IV.

Hinc cognoscitur quantitas lineæ *d p*; cũ enim *a c* sit ad *a ſ*, vt *d p* ad *d ſ*, & cum *a c* sit dupla *a ſ*, erit *d p* dupla *d ſ*. igitur posito Axe *a i* 11. erit *d f* * & consequenter *d p* erit * *$2\frac{5}{8}$ *$5\frac{1}{4}$

Propos. XI.

Si voluatur fig. sinuum circa basim, genitum ab illa est ad cylindrum eiusdem basis & altitudinis, vt rectangulum sub base & excessu, quo axis superat basim, ad rectangulum sub axe & dimidia axis. Sit enim fig. *c m a*, rectangulum *c y*; voluatur vtraque figura circa *a x*, solida genita sunt in composita, ex ratione figurarum, quæ est *c o* ad *c m*, & ex ratione distantiarũ centri vtriusq. ab *a x*, quæ est *c d* ad *c e*, per posit. 9. & prop. 9. igitur genitum à *c m a* est ad genitũ à *c y*, vt rectangulũ sub *c o*, *c d*, ad rectangulũ sub *c m*, *c e*; igitur vt rectangulum sub base & excessu, quo axis superat basim, ad rectangulum sub axe & dimidia axis. Fig. 14.

Coroll. I.

Hinc habetur genitũ à trilineo *m a k*; ſublato enim genito à *c m a* cognito, ex genito à *c y* cognito, reſiduum erit genitum à trilineo *m k a*, etiam cognitum; & vt res ad calculos reducatur, genitũ à *c y* ſit 121. erit genitum à *c m a* 56. igitur genitũ à trilineo *m k a* 65.

Coroll. II.

Vt autem inueniatur genitum à fig. *c m a* reuoluta circa *m k*; ſit genito à fig. *c m a*, circa *c a* reuoluta ſolidum homogeneum, ſub baſi quadrato *c m*, & altitudine *c a*; vocetur *b*. ſit parallelepipedum eiuſdem baſis & altitudinis; vocetur *c*, ſit iſoparallelum, ſub baſi figura *c m a*, & altitudine *c m*, vocetur *d*, erit *c* ad *d*, vt *m c* ad *m d*; addatur ipſi *d*, exceſſus, quod ſuperat *b*; erit *c* ad aggregatum ex *d* & prędicto exceſſu, vt genitum à *c y*, ad genitum à fig. *c m a*, circa *m k* reuoluta, ſublato autem hoc genito ex illo, reſiduum erit genitum à trilineo *m* K *a*, circa *m k* reuoluto; hæc eodem modo demonſtrantur, quo demonſtrata eſt prop. 7. ſed breuiùs; genitũ ab *m a* eſt ad genitum ab *m c a*, circa *m k* reuolutis, vt rectangulum ſub *m c*, *m c*, ad rectangulum ſub *m d*, *m d* id eſt vt 121 ad 98.

Propoſit. XII.

Si ſit quodlibet ſegmentum rectum fig. ſinuum, eiuſdem altitudinis, cum ſegmento verſo eiuſdem, erit ad totam figuram vt baſis ſegmenti verſi, ad baſim totius fig. ſit enim fig. ſinum *a r b*, quadrãs
Fig. 15 *a b d*, ſegmentum rectum *i l r* ſegmentum verſum eiuſdem altitudinis *c n b*; dico, *i l r* eſſe ad *a r b*, vt *c b*; ad *a b*; cum enim *m n* & *a c* æquales ſint, item *a e*, *u c*; erit *t ſ* æqualis *i l*; quia *i a* ęqualis *m r*; igitur *i r* æqualis arcui *d ſ*; igitur *t ſ* æqualis *i l*; igitur ſegmentũ *i r l* eſt ad totam fig. *a r b* vt *t d*, æqualis *u f*, vel *c b*, ad totam *a c* per prop. 5.

Coroll. I.

Hinc trapezium rectum *a i l b* eſt ad totam *a r b*, vt ſinus rectus arcus ęqualis altitudini trapezij, ſcilicet *a i* ad ſinum totum *a b*.

Coroll. II.

Hinc tota figura *a r b* eſt ad ſegmentum *m r n*, vt *a b* ad *ſ x*, ad ſegmentum verò *i l r*, vt *a b* ad *t d*; item ad trapezium *a m n b* vt *a b* ad *t ſ*; ad trapezium *a i l b*, vt *a b* ad *a t*.

Propoſitio XIII.

Solidum ſub altitudine baſi fig. ſinuum procedens per ſegmenta

recta,

recta, sub altitudinibus ordinatim applicatis, axi parallelis, est homogeneum triangulo. sit *a b c* fig. sinuum, ad instar basis, sit item figura sinuum *a b d*, sub angulo recto *b a d* & sub applicatis ordinatim parallelis *b a*, *o b*, sint segmenta recta, vt *o b g*, æquale *e a f*, dico, hoc solidum, sub basi *a b c*, altitudine *a d* procedens per præfata segmenta recta, quorum vertices ad rectam *a d* terminantur, esse homogeneum triangulo, v.g. *a f d*, est enim *a b c* ad *a e f*, vel *b o g*, vt *a d*, *b d* vel *a f* ad *h K*, per prop. 12. ideóstendetur assumpto quolibet alio segmento recto; igitur totum solidum *a b c d* est homogeneum triangulo *a f d*. Fig. 16.

Coroll. I.

Hinc solidum prędictum *a b c d* est dimidium isoparalleli sub basi *a b c*, & altitudine *a d*; vt enim triangulum *a f d* est ad quadratum *a i*, ita solidum *a b c d* ad isoparallelum *a b c d*.

Coroll. II.

Hinc solidum quod procedit per rectangula parallela, sub sinu recto, & complementi. applicatis *a b*, in duabus figuris *a b c*, *a b d*, est ęquale priori solido sit enim quælibet applicata *e o*, cui alia *e f* accedat ad angulum rectum *o e f*, *e o* est sinus rectus arcus æqualis *e b*; & *e f* sinus rectus arcus æqualis *e a*; igitur est sinus complemẽti primi arcus; igitur rectangulum *e f* est sub sinu recto & complementi; idem in quolibet alio rectangulo assumpto ostenditur: igitur solidũ illud, quod procedit per huiusmodi rectãgula, est æquale solido *a b c d*; igitur subduplũ isoparalleli sub basi *a b c*, & altitudine *a d*.

Propositio XIV.

Solidum sub basi quadrante genitore, & altitudine axe figuræ sinuum, procedens per sectores parallelos basi, qui sint in ratione altitudinum, est homogeneum triangulo; sit quadrans *a l c*, altitudo *a f*, ęqualis arcui quadrãtis *c l*, sitq. quilibet sector *g i d*, sub arcu *i d* æquali *g f*, cũ eius sinus rectus sit *g h*, dico præfatũ solidũ esse homogeneum triangulo *a f c*; quia sector *a c l* est ad sectorem *g i d*, vt arcus *c l*, ad arcum *d i*, id est vt *a f*, æqualis arcui *c l*, ad *g f*, æqualem arcui *d i*; id est vt *a c* ad *g o*: igitur solidum & triangulum procedunt per elementa proportionalia: igitur sunt homogenea. Fig. 17.

Coroll. I.

Hinc prædictum solidum per sectores parallelos procedens est * cylindri sub basi, circulo, cuius radius sit *a c*, & sub altitudine *a f*. * 1/8

Coroll.

Coroll. II.

Hinc si accedat solidum eiusdem altitudinis *a f*, procedens per triangula orthogonia, sub base, & altitudine, sinu recto & comple-
* 1/4 menti, erit* solidi isoparalleli, cuius basis sit fig. sinuum, & altitudo eiusdem fig. basis, v.g. sit triangulum *f b d*, sub *g b* sinu recto arcus *d i*, vel K *l*, æqualis *g f*, & sub *b d*, æquali *b* K sinui recto arcus K *c*, æqualis *g a*; igitur *g b d* est sub sinu recto & sinu complemēti; idem, quolibet alio assumpto, ostenditur; cum autem hoc solidū per prædicta triangula procedens sit subduplum solidi procedentis per rectangula, sub ijsdem sinu recto & sinu complementi, sunt enim homogenea, & eiusdem altitudinis, & quodlibet rectangulum sui trianguli duplum; & cum solidum procedens per prædicta rectangula sit subduplum solidi isoparalleli, sub base, fig. sinuum & altitudi-
* 1/4 ne, eiusdem fig. base, per Coroll. 1. Prop. 13. erit præfatum solidum procedens per triangula* prędicti isoparalleli.

Coroll. III.

Hinc habetur totum solidum *a c l*, aggregatum scilicet ex procedente per sectores, & ex procedente per triangula; nam procedens
* 1/4 per triangula est* præfati isoparalleli, quod est æquale cubo, sub latere *a c*; hinc reduci possunt rationes ad calculos; sit 14. parallelepi-
* 5/22 * 10/11 pedū sub basi quadrato *a c*, & altitudine *a f*, erit ad cubū sub latere *a c*, vt 14. ad 8* igitur ad procedens per triangula, vt 14. ad 2.*
* 8/11 * 1/2 igitur ad quadrantē cylindri, sub basi quadrante *a l c*, & altitudine *a f*, vt 14. ad 11. igitur ad procedens per sectores vt 14. ad 5* igitur ad aggregatum prædictum vt 14. ad 7*

Coroll. IV.

* 1/3
* 31/33 Hinc si ex præfato aggregato auferatur solidum procedens per
* 26/33 quadrata parallela *a i*, sub altitudine *a c*, quod adæquat* cubi, ac
* 17/33 proinde 5* residuum, quod procedit per rectangula parallela *g e*, erit 1* quod si addatur solido *a e c*, erit aggregatum 9*

Coroll. V.

Hinc si sit parallelepipedum sub altitudine *a c*, & basi quadrato *a f*, erit ad prædictum parallelepipedum, de quo 3. Coroll. vt 22. ad
* 28/11 14. cum parallelepipedum sub quadrato *a f* & altitudine *a c*, sit ad
* 2/11 solidum, quod procedit per quadrata sub *a f*, *b b*, id est sub arcubus, eiusdemque altitudinis, vt 121. ad 56. per Prop. 11. Coroll. 1, id est
* 17/33 vt 22. ad 10* si ex 10* auferatur aggregatum 9* de quo Coroll. 4.
* 22/33 residuum erit* id est solidum sub altitudine *a c* procedens per quadrata sub differentijs Sinuum & arcuum, quod est ad solidum procedens per quadrata sub sinubus, vt 11. ad 98.

Co-

Coroll. VI.

Solidum a e c procedit per rectangula parallela a e, sub arcubus & sinubus rectis; sic a e est sub a l sinu toto & a f æquali arcui quadrantis; item b d sub b h, æquali arcui k c, & b K sinu recto arcus c K, idem ostenditur, quolibet alio assumpto.

Corol. VII.

Hinc si fit solidum altitudinis a c procedens per rectangula sub arcubus, & sub compositis ex arcubus & sinubus, ex quo detrahatur solidum eiusdem altitudinis, procedens per quadrata sub arcubus, & quod statuimus, Coroll. 5. esse ad parallelepipedum eiusdem basis & altitudinis a c, vt 10 * ad 22. haud dubiè solidum residuum eiusdem altitudinis a c, procedit per rectangula sub arcubus & sinubus; igitur æquale est solido a e c; igitur cũ a e c sit 7 * erit solidũ prædictum procedens per rectangula sub arcubus & compositis ex arcubus & sinubus 17 * cui si addatur solidum procedens per quadrata sinuum, item procedens per rectangula sub arcubus & sinubus erit aggregatum 31 * & hoc est solidum altitudinis a c, procedens per quadrata sub compositis ex arcubus & sinubus. habetur etiam parallelepipedum sub altitudine a c, & basi quadrato sub composita ex arcu quadrantis & radio; est enim ad parallelepipedum eiusdem altitudinis, sub basi quadrato a f vt 324. ad 121. vel 58 * ad 22.

* $\frac{2}{11}$ * $\frac{8}{11}$ * $\frac{10}{11}$ * $\frac{19}{33}$ * $\frac{110}{231}$

Propositio XV.

Si figuræ sinuum duplicatæ, vel integræ, accedant duo trilinea, commissis basibus, tota fig. est homogenea solido genido à fig. sinuum circa axem reuoluta; sit enim e r m integra, vel duplicata figura sinuum, cui accedant duo trilinea e d r, a d r, commissis basibus in a r; dico fig. e a r m esse homogeneam genito à fig. sinuum v. g. e a m, circa e a reuoluta, nempe vt e m ad d t, ita d t ad d r; acceptisq. d f, d c æqualibus, vt e m ad c q, sinum rectum arcus, æqualis c a, ita c q ad c x, sinum versum dupli anguli, in quadrante, cuius arcus sit æqualis a d, dimidiæ a e, & vt e m ad f o, sinum rectum arcus æqualis f a, ita f o ad f z, cuius & f y differentia est z y, æqualis c x, per Posit. 6. sed vt e m ad d r, ita genitum ab e m ad genitum à d t, & vt e m ad f z, ita genitum ab e m ad genitum ab f o, & vt e m ad c x, ita genitum ab e m ad genitum à c q; sunt enim genita vt quadrata; igitur fig. e a r m est homogenea genito ab e a m circa e a reuoluta.

Fig. 18

Coroll. I.

Hinc e a r m est subdupla rectanguli e f, quia prædicto genito, est homo-

homogenea; immo cum trilineum *a d r* sit æquale trilineo *e d r*, erit rectangulum *e K* æquale fig. *e a r m* & cum hæc sit homogenea prædicto genito; inde quoque sequitur, prædictum genitum esse subduplum cylindri eiusdem basis & altitudinis.

Coroll. II.

Hinc centrum grauitatis figuræ *e a r m* habetur; cum enim habeatur centrum *e r m*, puta γ; & trilinei *a e r*, puta δ. ducta $\gamma\,\delta$, & ita diuisa in *b*, vt *b* γ sit ad *b* δ, vt trilineum *e r a* ad *e r m*, id est iuxta rationem Archimedis, vt 7. ad 4. erit *b* centrum grauitatis quæsitum, vt constat ex dictis.

Coroll. III.

Hinc adhibitis calculis, ductisque $\gamma\,\pi$, $h\,\theta$; $e\,\pi$ est ad *e d*, vt 4. ad 11. & ad *e a*, vt 4. ad 22. & $\pi\,\theta$ ad $\theta\,d$, vt 4. ad 7. igitur $d\,\pi$ sit 11. $\theta\,\pi$ erit 4. $e\,\pi$ 6* *e d* 17* *e a* 34 igitur $e\,\theta$ ad $\theta\,a$, vt 10* ad 24*

* 2/7
* 2/7
* 4/7
* 3/7
* 2/7

Coroll. IV.

Centrum grauitatis geniti à fig. sinuum *c a t m* circa *a e* reuoluta est θ; est enim prædictum genitum homogeneum fig. *e a r m*, igitur centrum vtriusque æque distat à basi.

Prop. XVI.

Si voluatur circa axem fig. plana, homogenea genito à figura sinuum, circa axem reuoluta, habetur ratio geniti ad cylindrum eiusdem basis & altitudinis; sit enim *e a r m* homogenea genito à figura sinuum, de qua supra; voluatur circa *e a*, genitum ab ea est ad genitum ab *e f*, in ratione composita ex ratione figuræ *e a r m* ad *e f*, id est* & ex ratione *i b* ad *d r*, suppono enim in *b* esse centrum grauitatis fig. *e a r m*, sunt enim solida prædicta vt momenta vtriusque fig. Vibratæ in *e a* Per Posit. 9. & momenta sunt in prædicta ratione composita, vt iam sæpe inculcatum est.

Fig. 19.

* 1/2

Coroll. I.

Hinc inuentum genitum ab *e r m*, quia iam habetur genitum à trilineo *e d r*, per prop. 7. igitur huic æquale genitum à trilineo *a d r*, vtroque sublato à genito ab *e a r m* cognito, residuum erit genitum ab *e r m*. hoc etiam aliter demonstratur, nam genitum ab *e r m* est ad cylindrum eiusdem basis & altitudinis vt isoparallelum, sub basi *e r m*, & altitudine *e m*, ad parallelepipedum sub basi *e p*, & altitudine *e m*, per Posit. 7.

Corol,

Hinc etiam habetur genitum ab *m p r*, ſublatis ſcilicet genitis ab *e r m* & ab *e d r* cognitis, ex genito ab *e p* cognito.

Prop. XVII.

Habetur centrum grauitatis geniti à trilineo fig. ſinuum annexo circa proprium axem reuoluto; ſit trilineum *c b l*, circa *c l* reuolutũ ab eo geniti centrum grauitatis habetur, ex centris aliorum ſolidorum cognitis, quorum axis communis eſt; nempe habetur centrũ parallelepipedi ſub baſi *a e*, & altitudine *a b* æquali *q y*, item ſolidi procedentis per quadrata *a e*, *n i*, ſub ſinubus, homogenei genito ab *a b c*, circa *a b* reuoluta, ſit *t*; item iſoparalleli ſub baſi *a b c*, & altitudine *a d*, procedentis per rectangula *a e*. *n m*; eſt enim homogeneum fig. *a b c*, ſit *x*; & vt differentia vtriuſque ad ſolidum procedens per quadrata *a b*, *n i*, ita *t x* ad *x z*, erit *z* centrum prædictæ differentiæ, ſcilicet ſolidi procedentis per rectang. parallela *g i*, eſt etiam in *z* centrum alterius ſolidi æqualis procedentis per rectang. parallela *i ſ*; habetur etiam centrum ſolidi iſoparalleli ſub baſi trilineo *c l b*, & altitudine *e e*; ſit enim *q y* diuiſa bifariam in θ, & vt iſoparallelum prędictum ſub baſi *c l b*, ad iſoparallelum de quo ſupra, ſub baſi *a b c*, ita *x* θ ad θ δ, erit δ centrum iſoparalleli ſub baſi *c l b*, ſit denique vt ſolidum procedens per quadrata parallela *b ſ*. *i b* cognitum, ad ſolidum procedens per rectangula parallela *i ſ*, de quo ſupra, etiam cognitum, cuius centrum eſt *z*, ita *z* δ ad δ γ, erit in γ centrum ſolidi procedentis per quadrata parallela *b ſ*, *i b*.

Sed hoc eſt homogeneũ genito à trilineo *e f k* circa *e f* reuoluto, igitur ſi *q y* ſit axis prædicti geniti, centrum grauitatis illius erit in γ. denique ſi vt γ θ ad θ π, ita genitum à *c a b* circa *c l* reuoluta, ad genitum à trilineo *c l b* erit π centrum grauitatis geniti à *c a b*. pari modo habetur centrum grauitatis geniti à trilineo *c l b*, circa *a b* reuoluto, ſi vt hoc genitum eſt ad genitum ab a *b c* circa *a b* reuoluta, ita *t* θ ad θ β, erit β centrum quæſitum.

Fig. 12

Prop. XVIII.

Geniti à fig. homogenea genito à fig. ſinuum circa axem reuolutis, centrum grauitatis habetur; ſit enim prædicta fig. homogenea *e a r m*, circa *e a* reuoluta: habetur centrum geniti ab vtroque trilineo *e d r*, *a d r*, quod eſt in *d*; item geniti ab *e r m* homogenei ſcilicet ſolido iſoparallelo ſub baſi *e r m*, & altitudine *e m* per poſit. 7. quod eſt in *z*, poſito quod centrum cognitum fig. *e r m* ſit in *x*; ita porro *e d* diuidatur in *i*, vt *z i* ſit ad *i d* vt genitum ab vtroque trilineo *e d r*, *a d r* eſt ad genitum ab *e r m*, erit *i* centrum geniti à fig. *e a r m*.

Fig. 13

D Prop.

Si prædictafig. homogenea genito à fig. sinuum. vt supra dictum est, voluatur circa basim, habetur ratio solidi geniti ad cylindrum eiusdem basis & altitudinis; sint eadem vt supra, & voluatur figura *e a r m* circa *e m*; sit centrum fig. *b*, solidum genitum est ad cylindrũ in composita ex ratione *e d* ad *e a*, & ex ratione *l b* ad *e d*, id est vt rectangulum sub *e d*, *l b*, ad rectangulum sub *e a*, *e d*, id est vt *l b* ad *e a*; sunt enim solida genita in composita figurarum & distantiarum centrorum à communi axe, circa quem fit reuolutio, per posit. 9.

Coroll. I.

Hinc habentur etiam alia genita, scilicet ab *e d r m*; quia habetur genitum ab *e r m*, per prop. 11. item genitum à rrilineo *e d r*, per Coroll. 1. Prop 11. igitur aggregatum ex vtroq. igitur genitum ab *e d r m*: item habetur genitum à trilineo *a d r*, sublato enim genito ab *a d r m*, ex genito sb *e a r m*, residuum erit genitum ab *a d r*; item habetur genitum ab *s m r a*; nam sublato genito ab *e a r m*, ex cylindro genito ab *e s*, residuum dabit genitum ab *s m r a*; ex quo si auferatur genitum à trilineo *m p r* cognitum, residuum dabit genitum ab *s p r a*.

Coroll. II.

Habetur etiam genitũ ab *e a r m* circa *m s* reuoluta; sublato enim genito ab *s m r a* coguito, ex cylindro genito ab *m a*, residuum dabit genitum ab *e a r m*.

Prop. XX.

Habetur centrum grauitatis geniti ab *e a r m* circa *e m* reuoluta: habetur enim centrum geniti ab *e r m*, quod est *n*; item geniti ab vtroque trilineo *e d r*, *a d r*, homogenei solido isoparallelo sub basi *e a r* & altitudine *e a*; cum autem centrum trilinei *e a r* cognoscatur per Coroll. 2. Prop. 10. sit in *q*; ducta *q u*, centrum geniti ab *e a r* est in *u*; ita Demum diuidatur *u n* in *o*, vt *o u* sit ad *o n*, vt genitum ab *e r m* est ad genitum ab *e a r*, erit *c* centrum grauitatis geniti ab *e a r m*. res facilè ad calculos reduci potest.

Prop. XXI.

Fig. 20 Inuenitur ratio geniti à quolibet segmento figuræ sinuum: sit fig. sinuum *d a s*, segmentum quodlibet *a q t*, sit fig. *d a f l* homogenea genito à fig. sinuum, de qua supra; erit genitum ab *a q t* ad genitum à *d a s*, vt trilineum *t a x*, ad totam *d a f l* sit *d c* æqualis *a t*, sit etiã
* 1/4 fig. sinuum *d f u*, scitur ratio *d f u* ad *d a s*, quæ est* scitur etiam ratio *d a s* ad *a l*, quæ est* igitur ex his habetur ratio *d a s* ad *d a f l*, quæ
* 7/11 est dimidia *a l* igitur scitur ratio *d a f l* ad trilineum *d c p*; igitur & geniti à *d a s* circa *d a* reuoluta, ad genitũ à segmento *t a q*.

Aliter

Aliter; ſcitur ratio rectanguli *d K* ad *dg* æquale fig. *d a f l*; item ad trapezium *d p i l*, quo ſublato ex *d* K, reſidua ſunt trilinea *d e p*, *l k i*; igitur habetur ratio rectanguli *dg* ad trilineum *d e p*.

Coroll. I.

Hinc traducto ſegmento *t a q* in *d c z*, conſtructaq. fig. ſinuũ *e m* K, producto axe *f m*, ac tandem diuiſa *u n* bifariam, ducta *r y* parallela *l ſ*; ſi duo trilinea *l* K *i*, *d c e* librentur in *y r*, erit æquipondium; vt enim *i* K ad *d e*, ita quælibet parallela *i K*, ad quamlibet parallelam *d e*, æquidiſtantem ab *r y*: ſed vt *d c e* ad *l K i*, ita genitũ à *t a q*, vel *d c z*, ad genitum ab *ſ γ δ*, nempe vt genitum à *d z* eſt æquale genito à *δ γ*, ita genitum à qualibet parallela *d z*, eſt æquale genito à parallela *γ δ*, æquidiſtante ab *y r*: igitur genitorum à *d c z*, & *ſ γ δ* libratorum in *y r* momenta ſunt æqualia: item genitum à *c δ ſ z*, nẽpe vt *p i* eſt æqualis *e b*, & quælibet alia parallela *p i* æqualis alteri parallelæ æquidiſtãte ab *o r*, ita genitũ à *c δ*, æquale genito ab *ſ z*; & quodlibet aliud genitũ à parallela *c δ*, æquale genito ab alia æquidiſtante ab *y r*.

Coroll. II.

Hinc habetur diſtantia centri grauitatis ſegmenti *t a q* ab axe *t a*; cũ enim habeatur ratio geniti à *t a q* ad genitũ à rectangulo ſub *t a*, *t q*; item ratio ſegmenti *t a q* ad prædictũ rectang. cum genita ſint in compoſita ex rationibus figurarũ & diſtantiarum centri vtriuſq. ab axe communi *t a*; cum demum habeatur diſtantia centri rectanguli prædicti, quæ eſt dimidia *t q*, inde habetur alia diſtãtia, centri ſcilicet *t a q* ab eadem *t a*: quod vt clariùs appareat; ſit ratio genitorum *a b*, *a d*; ſit ratio figurarum *a b*, *a c*; ſit *b e* diſtantia cognita, ſcilicet cẽtri rectanguli ab axe communi; ſint rectangula *a e*, *a g*, *a b*; ducantur *K c*, *f i l*: erit *f g* diſtantia quæſita, ſuntque rectangula *a e*, *l g*, vt *a b*, *a d*, & in compoſita ex rationibus *a b* ad *a c*, & *b e* ab *f g*. Fig. 21

Coroll. III.

Hinc habetur diſtantia centri grauitatis trapezij *d a q z* ab axe *a d*; quia ſcitur diſtantia centri rectang. *d q*; itẽ ſegmenti *t a q*. igitur aggregati ex vtroq; itẽ habetur diſtantia centri grauitatis trapezij *d t q ſ*, ab axe *d a*, cũ habeantur diſtantiæ totius *d a ſ*, & partis *t a q*, habetur etiã alterius partis. Fig. 20

Coroll. IV.

Hinc habetur diſtantia centri grauitatis ſegmenti verſi *z q ſ*. ab eadem *d t*; cum ſcilicet habeantur diſtantiæ totius *d t q ſ*, & alterius partis ſcilicet rectang. *d q*, habetur etiã diſtantia cẽtri alterius partis, ſcilicet ſegmẽti *z q ſ*: igitur & diſtãtia centri eiuſdem *z q ſ* ab axe *z q*; igitur habetur genitũ à ſegmento *z q ſ*, circa *z q* reuoluto; eſt

enim ad cylindrũ eiuſdem baſis & altitudinis, in cõpoſita ex ratione z q ſ, ad z t, & ex ratione diſtantiæ centri, z q ſ ab ipſa z q, ad dimidiam z d.

Coroll. V.

Hinc deſcripto quadrante d ſ t, cũ habeatur perpendiculũ cadens in z ſ, à centro grauitatis ſegmenti z q ſ, item perpendiculum cadens in z ſ à centro grauitatis z t ſ, habebitur etiam perpendiculum cadens in eamdem d ſ, à reliqua figura ſ q t.

Propoſitio XXII.

Fig. 22. Figura homogenea genito à fig. ſinuum circa axem reuoluta, eſt æqualis circulo, cuius diameter ſit baſis fig. ſit prædicta fig. homogenea a ſ i b, ſit ſemicirculus a K b; cũ hic ſit æqualis rectang. a t, ac proinde circulus integer æqualis rectang. a l, cui a ſ i b æqualis eſt, erit hęc æqualis circulo.

Coroll. I.

Ductis quotlibet parallelis a ſ, vt c t, f u, x z: vt a ſ eſt æqualis arcui a k b, ita c r arcui o n b; x m arcui n b; de x m patet ex conſtructione lineæ ſinuum i m b; cum enim f x ſit ſinus arcus K n, æqualis ſcilicet m z, erir x m æqualis n b, nempe ſupponitur f i æqualis arcui K b; cum autem r t ſit æqualis arcui o a, erit c r æqualis arcui o K b; idem quælibet alia aſſumpta oſtenditur.

Coroll. II.

Hinc ſublato ſemicirculo a K b, reliquum fig. eſt æquale ſemicirculo; & fig. ſinuum a ſ z b, eſt æqualis quadrato ſub a b; foliũ deniq. b i ſ z b æquale differentiæ prædicti quadrati & circuli ſub diametro a b.

Coroll. III.

* 3/16
Si ex centro grauitatis fig. a ſ i b cadat perpendicularis in a b, pu-
* 3/4
ta in d, erit a d ad d b, vt 3. ad 5. nempe ex centro a i b cadit in f, itẽ
* 1/4
ex centro trilinei a p i cadat in b, ſit f a 7. erit a b 2. * ita diuidatur
* 6/4
b f in d, vt b d ſit ad d f, vt a p i ad a i f, id eſt vt 4. ad 7. vel vt 16. ad 28. erit d f 1 * igitur d a 5. * d b * igitur a d ad d b, vt 5. * ad
* 3/4
8 * vel vt 21. ad 35 id eſt vt 3. ad 5, hinc in 8 partes æquales diui-
* 3/8
datur, a d erit trium, d b quinque huiuſmodi partium.

Coroll. IV.

Si ex centro fig. ſinuum f i b cadat perpendiculum in g i erit f g *
* 1/4
totius f i, & vt f h ad f g, ita quadratum ſub f b, ad ſemiquadrantem circuli ſub radio f b; igitur ſuſpenſa ex f fig. f i b, perpendiculo i f, brachio libræ a f, ſemiquadrãs in a faciet æquipondium, vel æquale momentum; cum enim momenta ſint in compoſita quantitatum & diſtan-

distantiarum, momentum in *g* est ad momentũ in *a*, vt rectangulum sub *f b*, *f g*, ad rectangulum sub *f g*, *f b*; nempe in *g* est quantitas *f b*, distantia *g f*, in *a* verò, quantitas *f g*, distantia *f a*, vel *f b*, igitur vtrimque momenta æqualia.

Coroll. V.

Si sit *b δ* æqualis *a f*; item *f y* æqualis *f i*; fiatque linea sinuum *y β δ*, erit figura *i b δ y f* æqualis & homogenea rectangulo *l y*; vt enim *b δ* est æqualis *i θ*, ita *β m* æqualis *π z*; idem qualibet alia assumpta ostenditur; igitur prædicta fig. est homogenea rectangulo *l y*; igitur eidē æqualis, cum sit æqualis altitudinis *b f*, & æqualis basis *b θ*; igitur prædicta fig. est æqualis circulo sub radio *f b*, igitur & fig. *a f i b*.

Coroll. VI.

Si prædicta fig. appēdatur ex *f*, perpendiculo *i f*, brachio libræ *a f* semicirculus *a K b* in *a* faciet æquipondium; nam diuisa *b f* bifariam in *x*, ducta *z x β* it per centrum figuræ igitur momentum *1/8 in *x* est æquale momento in *a*, cum ratio ponderum sit * & distan- *2/4 tiarum * igitur composita * igitur momenta æqualia; idem fiet si *2/4 appendatur perpendiculo *l b* brachio libræ *b γ*, æquali *b f*

Coroll. VII.

Sit idem perpendiculum *l b*, & brachium libræ *b γ*, pro fig. sinuũ *1/8 *f i b* appensa, quadratum sub *b f* minus * circuli, facit æquipondiũ, *5/8 vt patet; pro reliqua verò fig. *f y δ b* faciunt æquipondiũ * eiusdem circuli, minus quadrato sub *b f*

Coroll. VIII.

Si vero sit perpēdiculum *a p*, brachium libræ *a e*, æqualis *a f*, pro *5/8 fig. *a f i f* appensa, æquipondium facient * eiusdē circuli, minùs quadrato sub *a f*, quia æqualis est fig. *b δ y f* iam appensæ perpendiculo *1/8 *l b*, eiusdemque positionis; pro fig. autem sinuum *f i b* appensa perpendiculo *a p* æquipondium faciet * eiusdem circuli, plus quadrato *6/8 sub *a f*; igitur ratione totius fig. *a f i b* appensæ æquipondiũ facient *5/8 * prædicti circuli, quia si addantur * minùs quadrato * plus quadrato, erit sũma * igitur vt 8. ad 6. seu 4 ad 3. ita *e a* ad *a d*, cadit enim *1/4 à centro fig. *a f i b* perpendicularis in *d*, sed *a f* est æqualis *a e*; igitur *6/8 *a d* est ad *d b* vt 3. ad 5. vt iam supra ostensum est.

Coroll. IX.

Si supponàtur circulus integer, eodē centro *a*, cũ distantiæ *a f*, *e f* sint æquales, ad æquipondiũ, tantũdem accedat oportet momento *e*. *4/8 igitur * circuli; igitur momentum *e* cōponunt * circuli, oppositũ vero *0/8 momentũ æquale cōponunt * circuli; igitur distantiæ sunt in eadē *12/8 ratione, permutando, igitur vt 12. ad 10. vel 6. ad 5. ita *e a*, ad aliam

V g.

v'g. *a o*, in *o* cadet perpendicularis à centro fig. cũ autẽ *a f* sit æqualis *a e*, sit *a b* 12. erit *a o* 5, & *o b* 7.

Coroll. X.

Hinc si fig. *a f i b* voluatur circa *a f*. genitum est ad cylindrum eiusdem basis & altitudinis vt 3. ad 8. est enim in composita ex ratione fig. *a f i b* ad rectangulum sub *a f*, *a b*, quæ est* & ex ratione *ad* ad *a f*, quæ est* igitur composita est.*

* 1/2
* 3/4
* 3/8

Coroll. XI.

Si supponatur circulus integer centro *a*, & voluatur fig. vt supra, ratio geniti ad cylindrum habetur, scilicet composita ex ratione fig. *a f i b*, plus semicirculo, ad rectangulum sub *a h* & *a f*, plus *a f*, & ex ratione *a o* ad *a f*.

Coroll. XII.

Si ex fig. *a f i b* detrahatur semicirculus, vt maneat æquipondiũ, reliquis vt supra stantibus, debet detrahi semicirculus id est * momento *e*; igitur remanent* pro eodẽ momento *e* ad æquipondium, igitur cum ratio ponderum sit* ratio distantiarum erit* igitur si sit *a c* subdupla *a e*, vel *a f*, in *c* cadet perpendicularis à centro grauitatis fig. *a f i b*, detracto semicirculo *a K b*.

* 4/8
* 2/8
* 1/2
* 2/8

Coroll. XIII

Si voluatur fig. *a f i b* detracto semicirculo *a K b*, genitum est ad cylindrum vt 1 ad 8. scilicet in cõposita ex ratione fig. ad rectangulum sub *a f*, a *b*, quæ est* & ex ratione *a c* ad *a e*, quæ est* igitur cõposita est* hinc genitum à tota *a f i b* est triplum prædicti geniti, & genitum à semicirculo *a K b* duplum. Hinc assumpto circulo integro, genitum à fig. est ad cylindrum sub eadem basi & altitudine *a f* vt 5 ad 8. nempe genitum à semicirculo est ad prędictũ cylindrũ vt 2 ad 8. igitur genitum à circulo vt 4 ad 8. genitũ à residuo vt 1. ad 8. igitur genitum à toto vt 5, ad 8.

* 1/4
* 1/2
* 1/2

Coroll. XIV.

Habetur centrum fig, *a f i b*, ducatur enim à centro fig. *a i b* cognito recta ad centrum trilinei *a i f* cognitũ, eritq. centrũ totius fig. illud in quo recta prædicta secat perpẽdicularẽ cadentẽ in *d*. puta *ω*.

Coroll. XV.

Hinc habetur genitum à fig. *a f i b* circa *a b* reuoluta: est enim ad cylindrum eiusdem altitudinis & basis vt rectangulum sub *a f*. *d ω* ad rectangulum sub *a b*, *a p*. scilicet in composita ex ratione fig. ad rectangulum, & distantiæ *d ω* ad distantiam *a p*.

Itaque,vt breui summa complectar, sit *befc* similis priori; item *befa*, accedant *bg bc*, *bgia*; sint duo semicirculi sub *ab*, *bc* diametris; item fig. sinuum *bfc*, *bfa*; sit *fs* æqualis *ml*, ac cæteræ similiter reliquis sinubus, cum linea *ase* terminante; deniq. sit figura sinuum *aib*, semicirculus *bxa*, parallelæ *or*, *zu*, &c. his positis, si circa *eg* voluatur *befc*, genitum est ad cylindrum eiusdem basis & altitudinis vt 3. ad 8. Si subtracto semicirculo reliquum figuræ voluatur, genitum est ad cylindrum vt 1. ad 8. Si voluatur figura semicordis *bgial* genitum est ad prædictum cylindrum vt 5. ad 8. pari modo habetur genitum à *bfc*, quod est ad cylindrum eiusdẽ altitudinis vt quadratum radij ad semicirculũ, itẽ genitũ à trilineo *bfe*.

Coroll. XVI.

Si voluatur fig. *befa* circa tangentem in *a*, genitum est ad cylin-
drum eiusdem basis & altitudinis vt 5. ad 8. scilicet in composita fi- * $\frac{1}{2}$
gurarum * & distantiarum à centro * Si voluatur tota *aec*, erit ge- * $\frac{5}{4}$
nitum dimidium cylindri, sub eadem base & altitudine; est enim ra-
tio distantiarum æqualitatis; igitur genita sunt vt fig. si subtracto * $\frac{1}{4}$
semicirculo voluatur residuum fig. *befa*, erit genitum ad cylindrũ * $\frac{3}{2}$
vt 3. ad 8. composita scilicet ex ratione figurarum * & distantiarum * si subtracto vtroque semicirculo, voluatur residuum totius figuræ *aec*, quod est ad instar lilij, erit genitum ad cylindrum vt 1. ad 4. quæ est ratio figurarum; sunt enim distantiæ æquales; si voluatur fig. semicordis erit ad cylindrum sub altitudine *bg* & basi genita ab *ab*, vt 7. ad 8. si demum totum cor, erit genitum ad cylindrum sub altitudine *bg* & basi genita ab *ac* vt 6. ad 8. nempe genitum à fig. *aec* est ad prædictum cylindrum, vt 4. ad 8, genitum à lilio vt 2, ad 8 igitur genitum ab vtroq. semicirculo vt 2. ad 8. igitur genitum à corde, id est à fig. simul & duplici semicirculo, est vt 6, ad 8. Hinc genitum à semicorde circa *bg* reuoluto, est æquale genito à *bcfa* circa tangentẽ *a*; item genitũ à fig. *bcfa* circa *be*, æquale genito à residuo eiusdẽ fig. cui sublatus est semicirculus, circa tangentem *a*.

Coroll. XVIII.

Si fiat reuolutio circa *ac*, cum habeatur ratio fig. & distantiarum à centro, habetur ratio genitorum, quæ est composita ex vtraq. habetur autem centrum tum fig. *aec*, tum lilij, vt patet: item facta reuolutione circa tangentem, habetur genitum à fig. *befa*; sublato enim ex cylindro, genito ab eadem, circa *ba* reuoluta, residuũ dabit genitum ab eadem fig. circa tangentem *e*. item habetur genitum à residuo fig. *befa*. subtracto semicirculo; nempe habetur genitum à semicirculo *alb*, circa tangentem *e* reuoluto, est enim dimidiũ cylindri sub altitudine *ba*, & basi genita ab *eb*, minùs sphæra sub diametro

tro

tro *a b*;ſublato verò genito à ſemicirculo,habetur genitũ à reſiduo; igitur genitum à lilio; igitur & genitum à trilineo *b ſ e*, itẽ genitũ à fig. *e ſ a i g*,quod eſt dimidiũ cylindri;cũ enim diſtantiæ ſint æquales, genita ſunt vt fig.

Coroll. XVIII.

Si voluatur circa tangentem *g*, fig. ſemicordis, habetur genitum ab illa; nempe habetur genitum à ſemicirculo *a l b*; & vt parallelepipedum ſub quadrato *g b*, & altitudine *b a*, ad cylindrum ſub altitudine *g b*,& baſi circulo *a x b l*, plus ſolido homogeneo hemiſphærio,procedente per quadrata ſinuũ, ſub altitudine *a b*, ita genitũ à rectang. *g a*, circa *g* reuoluto,ad genitũ à ſemicirculo *a l b*; ſublato igitur genito à *b e ſ a*,circa *b a* reuoluta,ex genito à rectangulo *g a*, circa *g* reuoluto, reſiduum,cum genito à ſemicirculo,dabit genitum à ſemicorde circa *g*. hinc habẽtur genita ab integro circulo *a x b l*, ab integra cordis fig. à lilio,à gemino lilio, ſublato vtrimq. circulo; cũcta hæc ad calculos reduci poſſunt,ſuppoſita ratione archimedea.

Coroll. XIX.

Centrum grauitatis geniti à *b e ſ a* circa *b e* reuoluta facilè inuenitur; nempe centrum geniti à trilineo *b ſ e* eſt in *d* geniti verò à *b ſ a* æquè diſtat ab *a c*, ac centrum fig. *b ſ a*. igitur habentur in *c b* cẽtra genitorũ à *b ſ a*,& *b ſ e*; igitur habetur centrũ geniti ab vtroq. ſcilicet quæſitum. Habetur etiam centrum geniti à *b x a*; igitur cõmune geniti ã *b x a ſ*; igitur geniti *b e ſ a x* , item geniti à reſiduo *b e ſ a*, cui ſublatus eſt *b l a*; igitur & centrum geniti à fig.cordis.

Coroll. XX.

Fig.contenta curua *a δ e* & curua *a ſ e*,eſt homogenea ſemicirculo *a l b*, & eidem ęqualis, vt patet; item ęqualia genita à *b e ſ a x* & *b e δ a*; item reſiduum fig. *b e δ a*, ſublato ſemicirculo *b l a*, æquale eſt fig *b e ſ a*; item genita ab vtraquè ęqualia; item habetur genitũ ab *m ſ a*,circa *m a*, quod eſt homogeneũ ſolido procedenti per quadrata arcuum cognito; item genitum ab *m δ a*, circa *m a*, quod eſt homogeneum ſolido procedenti per quadrata compoſitarũ ex arcubus & ſinubus, etiam cognito,per Coroll.7.Prop.14.ſolidum verò procedens per quadrata compoſitarum ex arcubus & ſinubus, *i l*, *t u*, eſt æquale procedenti per quadrata *m δ*,& parallelarum terminatarum ad curuam *a δ e*; item æquale procedenti per quadrata *i l*, *q r*, &c. deniq. ſi parallelepipedo ſub quadrato *g b*, & altitudine *b m* auferatur bis iſoparallelum ſub baſi trilineo *l ſ b*,minùs ſolido procedente per quadrata ſub *l ſ*, & alijs differentijs arcuum & ſinuum, ſub altitudine *b g*,cognito per Coroll. 5. Prop. 14. reſiduum dabit ſolidum ſub altitudine *b m*, procedens per quadrata *g b*, *o r*, *i l*,

æquale

æquale procedenti per quadrata *b e*, *m ∂*, ſub eadẽ altitudine ; hinc habetur totũ ſolidũ ſub altitudine *a b*, procedens per quadrata *b e*, *m ∂* &c. hoc autem eſt ad parallelepipedũ ſub altitudine *a b* & baſi quadrato *b e*, vt genitum à fig. *b e ∂ a*, circa *b a* reuoluta, ad cylindrũ eiuſdem altitudinis, & baſis; hæc toties demonſtrata ſunt, vt repetere pudeat

Propoſit. XXIII.

Semicycloіs terminat compoſitas ex arcubus & ſinubus ordinatim applicatas diametro circuli; vt hæc, cũ ijs, quæ dicenda ſunt, intelligantur & demonſtrentur, aliquid nouæ conſtructionis adhibendũ eſt. ſit *c b* diameter ſemicirculi *b d c*, inſiſtens ad angulos rectos ipſi *c g*, ductiſq. quotcũque parallelis *o t*, *a i*, *k x*, ſit *l n* æqualis arcui *l b*, item *d f* æqualis arcui *d l b*, *o ſ* arcui *p l b*, *c g* demũ arcui ſemicirculi *c d b*, & per extrema pũcta *b n f g* curua ducta cenſeatur: præterea ſemicirculus *c d b* ita moueatur in *c g*, motu centri recto per *a i*, & motu orbis circa *a*, vt motus vterq. æqualis ſit & ſimul fiat: præterea aſſumatur *l m*, æqualis *k l*; *d e*, æqualis *a d*; *p q*, æqualis *o p*; idẽque fiat in qualibet aſſumpta, & per extrema puncta *b m e q c* curua ducatur; ſit deniq. curua *c r f b* ſimilis priori *b n f g*, & fig. ſinuũ *i y b*; his poſitis, demonſtro, lineam *b n f g* eſſe ſemicycloidem, hoc eſt lineã curuam deſcriptam à puncto *b*, in prædicto motu ſemicirculi, per Def. 2. moueatur *b* motu orbis per arcum *b d*, recedit à *b c* ſpatio *a d* id eſt ſinus arcus *d b*; ſimul autem moueatur motu cẽtri, æquali motui orbis, recedit à *b c* ſpatio *d f*, æquali arcui *d b*; nam æquales motus, æqualibus temporibus, ſupponunt ſpatia æqualia; igitur vtroque ſimul motu punctum *b* recedit à *b c* ſpatio *a f*, & cum decurſo arcu *b d* ſit in linea *a i*, erit in *f*; eodem modo probabitur, decurſo arcu *b l*, punctum *b* eſſe in *n*; decurſo arcu *p l b*, eſſe in *ſ*; decurſo arcu *c d b*, eſſe in *g*, denique decurſo quolibet arcu, terminare applicatam. Fig. 26

Vt autẽ omnis ambiguitas tollatur, aliquot definitiones nominis ſubnecto; vocetur ſemicycloіs, curua *b n g*; fig. ſemicycloidis *c b f g*; axis *b c*; baſis *c g*; circulus genitor *b d c*. ordinatim applicata *a f*; ſegmentum rectũ *k b n*; ſegmentũ verſũ *γ f g*; trapezium rectũ *c k n g*; trapezium verſum *c b f γ*.

Coroll. I.

Quodlibet ſegmentũ ordinatim applicatæ, inter arcũ ſemicirculi *c d b* & curuam *b f g* interceptum, æquale eſt reſecto arcui; v. g. *d f* æqualis arcui reſecto *d b*; *l n*, æqualis arcui *l b*; *p ſ*, æqualis arcui *p l b*.

Coroll. II.

Hinc linea curua *a ∂ e* de qua fig. 23. eſt ſemicycloіs; & *b a ∂ e* fig. cycloidis.

Corol. III.

Hinc rectè definita ſupra ſemicycloіs, tũ per motum rotæ, vel circuli

culi in plano, ita vt motus orbis & centri æquales sint; tum per ordinatim applicatas diametro circuli,cōpositas ex sinubus & arcubus

Corol. IV.

Fig. *b e c* est homogenea semicirculo *b d c*; vt enim *a d* est ad *a e*, ita *K l* ad K *m*, &c. vocetur terminās duplas sinuum;est autē ellipsis, vt patet; item fig. cōtenta curuis *b c d* & *b e d* est vtriq. homogenea.

Corol. V.

Fig. contenta curuis *b e c* & *b f g* est homogenea trilineo *b hg* nēpe *e f* est æqualis *f i*, est enim *e f* differentia sinus *a d* & arcus *d b*; itē *f i* plus *d a* æquat arcum *d c* igitur *f i* æqualis *e f*, item *f t* plus *o p*, æquat arcū *p c*; igitur subtracto ex *o t*, arcu *p c*, plus *p o*, residuum est *q f*; assumpta autem *K b* æquali *o c*, subtracto ex K *x* arcu *l b*, æquali *p c*, vel *l n*.plus K *l*, æquali *o p*, idest, subtracta tota k *n*, residua *n x*, erit æqualis *q f*; idem ostenditur qualibet alia assumpta; igitur sunt fig. homogeneæ. aliter ostenditur;cū *o p* plus *f t* sit æqualis arcui *p c*, & consequenter rectæ *p r*; sitque *p q* æqualis *p o*, erit *q r* æqualis *f t*; pari modo *m n* est æqualis *u x*, igitur *m u*, æqualis *n x*; igitur trilineum *g b q*, homogeneū fig. contentæ curuis *c e b* & *c f b*.& recta *b b*; igitur & æquale, per Posit. 1. Hinc etiā æqualis semicirculo *c d b* fig. contenta curuis *c d b*, *c e b*.

Coroll. VI.

Hinc trilineū *g i f*, æquale trilineo *e f b*, item trapezium *c e f g* æquale trapezio *c f i g*.

Coroll. VII.

Trilineum *d f b* est homogeneū fig. sinuum *i y b*; vt enim *d f* est æqualis *i y*, ita *l n* æqualis *x z*, scilicet arcui *l b*, idem dico, qualibet alia assumpta, igitur trilineū homogeneum fig. igitur & æquale.

Propos. XXIV.

Fig. cycloidis adæquat tres circulos genitores,vel quod idem est fig. semicyloidis æquat tres semicirculos. Hanc propositionem nōnulli iam demonstrarunt,vt Torricellus in appendice de dimensione cycloidis, ego ab eo inuenta non retrudo,sed meo modo quadruplici demonstratione rem explano.

1. rectangulū *c i* est æquale circulo genitori, per Coroll. 2. Posit. 2. trilineum *g i f* æquale trilineo *e f b*, per Coroll. 6. *a b e* æquale semicirculo per Corol. 5. igitur *a b e* plus *c i*, vel quod idem est fig. semicycloidis *c b g*, æqualis tribus semicirculis.

2. *c b* æquale est duobus circulis; *c e b* æqualis circulo; igitur residuum æquale circulo; sed residui dimidium est trilineū *g b b* per Coroll. 5. igitur æquale semicirculo; igitur aliud dimidium contentum

curuis

curuis bec, bfg & recta cg æquale ſemicirculo; igitur tota fig. cbg æqualis tribus ſemicirculis.

3. dfb trilineũ æquale fig. ſinuum iyf, per Coroll. 7. igitur quadrato ſub ab per Coroll. 1. Prop. 3. trapezium $cafg$ æquale circulo minùs trilineo gif, item trilineum efb differentiæ quadrantis & quadrati; igitur abf adæquat ſemicirculum plus prædicta differentia; trapezium adæquat circulum minùs eadem differentia, igitur vtrumque ſimul, id eſt tota fig. cbg adæquat tres ſemicirculos.

4. Fig. ſemicordis eſt æqualis tribus ſemicirculis, vt fusè oſtenſũ eſt Prop. 22. hęc autẽ eſt æqualis fig. cbg, quia homogenea; vtraque enim procedit per applicatas compoſitas ex arcubus & ſinubus, per Coroll. 2. igitur fig. ſemicycloidis adęquat tres ſemicirculos; igitur tota fig. cycloidis tres circulos genitores.

Coroll. I.

Sectio cõtenta recta bg, & curua bfg, ęqualis eſt ſemicirculo, quia triangulũ cbg adæquat circulũ.

Coroll. II.

Trilineum δfb æquale quadrato ſub ab; quia triangulum $ab\delta$ ęquale quadranti, & fig. abf æqualis quadranti plus quadrato.

Coroll. III.

Trilineum lbn, plus Trapezio $cpſg$ adæquat rectangulum Kb, quia pqc æquale kbl; qrc æquale xbu; denique trapezium $crſg$ æquale trapezio $bnub$: idem qualibet alia aſſumpta, oſtenditur: eſt autem Kb ad circulum vt bK, ad ba; hinc trapezium $dlnf$, plus $dpſf$ eſt ad circulum, vt ak ad ab. Hinc cylindrus ſub altitudine Kb, & baſi circulo ſub radio ab, eſt æqualis iſoparallelo, ſub baſi kb & altitudine ab, ſunt enim in compoſita ex ratione baſium, quæ eſt ba ad bk, & altitudinum, quæ eſt bk ad ba.

Coroll. IV.

δeb ęqualis eſt quadranti, quia efb trilineũ ęquale eſt differentiæ quadrantis & quadrati; item δfg æqualis bis ſegmento circuli contento arcu quadrantis & ſubtenſa cd, item curua cfg diuidit bifariã triangulum bgb; item trilineum cfg continet quater prædictũ ſegmentum; igitur eſt duplum trilinei dfg.

Propoſit. XXV.

Habetur ratio dati cuiuslibet ſegmenti recti fig. cycloidis ad totã fig. ſit primò ſegmentum abf, eſt ad cbg vt quadrans plus quadrato, ſub ab, ad tres ſemicirculos, id eſt iuxta rationem archimedeã, vt 25. ad 66. ſit deinde aliud ſegmentũ puta kbn, ſcitur ratio lbn vel xzb ad quadratũ ſub ab, per p. 6. igitur ad quadrantem; ſcitur etiã ratio ſemiſegmenti Kbl ad quadrantẽ, eſt enim æquale rectangulo ſub dimidia lu, & ab, minùs triang. aKl; igitur habetur ratio

ſegmenti k *b n* ad quadrantem;igitur ad totam *c bg*,quæ continet 6. quadrantes. Haud aliter habetur ratio ſegmenti *o b ſ*, quia habetur *c t*, item *g t ſ* æquale *m n b*; quo ſublato ex *c t*, & reſiduo ſublato ex tota *c bg*, reſiduum erit *o b ſ*. vel breuiùs;cum *e m n ſ* ſit æquale *ſ i t ſ*, datis, *o i*,*a b e*,& *m n b*,habetur *o b ſ* ęquale prędictis ſimul ſumptis.

Propoſ. X X V I.

Habetur centrū grauitatis fig. cycloidis; ſit ſemicycloidis fig. *e b g*, detracto ſemicirculo *c db*,reſiduū eſt homogeneum fig. homogeneæ genito à fig. ſinuū, circa axem reuoluta,cum vtraq. fig. procedat per applicatas æquales arcubus ; ſed perpendicularis cadens a centro prædictæ figuræ homogeneæ ita diuidit baſim vt ſegmenta ſint
5 in ratione * per Coroll. 3. Prop. 22. igitur à centro figur. contentæ curuis *b d c*, *b f g* & recta *c g* perpendicularis cadens in axem *b c*, ita illum ſecat,vt ſegmentum verſus *b* ſit ad ſegmentum verſùs *c*, vt 5. ad 3. Si verò prędictæ fig. homogeneæ accedat ſemicirculus,eo mo-
* 5/7 do,quo dictum eſt ſupra, perpendicularis à centro cadens in axem, ita illum ſecat,vt ſegmenta ſint in ratione * per Coroll.9.Prop.22.ſed fig. addito ſemicirculo eſt homogenea fig. *c b g* per Coroll. 2. Prop. 23. igitur à centro fig. *c bg* perpendicularis cadens in axem, ita illū ſecat, vt ſegmentum verſùs *b*, ſit ad aliud verſùs *c*, vt 7. ad 5. Hinc ſi *c b* ſit 12. partiū ęqualium,aſſumptis à vertice *b* ſeptem illarū, ibi erit centrum fig. cycloidis.

Coroll. I.

Hinc cuiuslibet ſegmenti recti fig. cycloidis centrum grauitatis habetur ; ſit v. g. *a b ſ*; habetur centrum grauitatis fig. *i y b*, per Prop. 10. ducta igitur ab hoc centro , perpendiculari in *b a*, ibit per centrum trilinei homogenei *d f b*, per Poſit. 8. pari modo habetur centrum quadrantis *a d b*, & ducta ab eo perpendicularis in *a b*; por-
* 14/11 ro ita diuidatur ſegmentum axis perpendicularibus interceptum, vt pars verſùs *b*, ſit ad aliam verſùs *a*, vt quadratum ad quadrantē,
* 3/2 ibi erit centrū ſegmenti *b a f*. vt autem aliquid calculi adhibeamus,
* 31/33 cētrū *a b d* facilè habetur. cū enim ratio figurarū id eſt quadrati ſub *a d* & quadrantis *a d b* ſit * item ratio ſolidorū genitorū, facta reuo-
* 8/4 lutione circa *a d*, * & altera diſtantiarum ſit dimidia *a b*, v.g. 7. erit
* 1/2 altera diſtantia 5. * hęc eſt diſtantia centri grauitatis quadrātis ab *a d*; porro centrum trilinei *d fb* diſtat ab *a i* * totius *d f*, quæ cum ſit 22. poſito quod *a b* ſit 14. igitur erit diſtautia partium 5. *

Sit aliud ſegmentū k *b n*, habetur diſtantia centri grauitatis ſegmenti *x z h* ab axe *x z* per Coroll.4. Prop. 21. igitur & fig. *l n b* homogeneæ; ſcitur item diſtantia centri ſegmenti k *l b*, ab eadem K *l*; igitur ſi fiat vt ſupra,habetur diſtantia centri totius k *b n*, ab eadem k *n*; ſit demū ſegmentū *o b ſ*; habetur centrū *a b f*,item K *b n*,igitur & alterius partis *a* K *n f*,item *a b e*, & k *b m*, igitur *e f b*,item *e m n f*. igitur

igitur & *fitf*, item *oi*, igitur *oaff*; igitur & totius ſegmenti *obf*. vt autem hæc ad calculos reducantur, ſupponitur circuli quadratura.

Coroll. II.

Hinc etiam aliarũ partium fig. cycloidis in Axe *bc*, habentur centra grauitatis, v.g. *mnb*; cum enim habeatur centrum totius ſegmenti *kbn*; item *kbm*; habebitur etiã alterius partis *mnb*; item *ſig*, *xhu*, quæ ſunt fig. homogeneæ trilineo *mnb*; habetur item trilinei *efg* cum habeatur, tum totius *cbg*, tũ partis *ceb*; item *cofg*; item fig. contentæ curuis *bec*, *bfg* & recta *cg*, habito ſcilicet centro totius *cbg* & partis *ceb*, igitur & trilinei *gbb*; item *cefg*; itẽ *fibb*; item ſectionis contentæ recta *bg* & curua *bfg*, cuiuslibet deniq. trapezij.

Prop. XXVII.

Si voluatur fig. cycloidis circa baſim, genitum eſt ad cylindrum eiuſdem altitudinis & baſis circuli ſub radio axi fig. æquali, vt 5. ad 8. ſit fig. ſemicycloidis *cbg*, voluatur circa baſim *cg*, genitum eſt ad cylindrum genitum à rectang. *cb*, vt 5. ad 8. ſcilicet in compoſita ex ratione figurarum * & diſtantiarum * quæ eſt * vel * nempe diſtantia centri figurę *cbg* à *cg*, eſt ad *ca*, vt 5. ad 6. per Prop. 26. adde quod fig. *cbg* eſt homogenea fig. ſemicordis, & genitum ab illa genito ab iſta homogeneum eſt autem genitum à figura ſemicordis ad cylindrum, vt 5. ad 8. per Coroll. 15. Prop. 22. igitur & genitum à *cbg* ad cylindrum genitum à *cb*, vt 5. ad 8. idem dicendum eſt de genito à tota fig. cycloidis ad cylindrum ſub baſi circulo genito à *cb*, & altitudine dupla *cg*.

* 3/4 * 5/6 * 15/24 * 5/8

Coroll. I.

Hinc genitum à trilineo *gbb* eſt ad genitum à fig. *cbg* vt 3. ad 5. ad cylindrũ verò vt 3. ad 8.

Propoſ. XXIII.

Genitum à fig. ſemicycloidis circa baſim reuoluta, ſublato ſemicirculo genitore, eſt ad prędictum cylndrum vt 3. ad 8. hęc enim eſt homogenea figur. homogeneæ genito à fig. ſinuum, circa axem reuoluta igitur genita ab vtraque, homogenea; ſed, genitum ab altera eſt ad cylindrum vt 3. ad 8. per Coroll. 15. Prop. 22. igitur & genitum ab altera ad ſuũ cylindrũ vt 3. ad 8. ſit enim prædicta fig. cõtenta curuis *bdc*, *bfg*, & recta *cg*, circa *cg* reuoluta, genitũ eſt ad cylindrum in compoſita ex ratione diſtantiarũ, quæ eſt * per Prop. 26. & Coroll. 3. prop. 22. & ex ratione figurarum, quæ eſt * ſed ex his compoſita eſt * igitur prędictũ genitum eſt cylindrũ vt 3. ad 8.

* 1/4 * 1/2 * 3/8

Coroll. I.

Hinc genitũ à prędicta fig. eſt ęquale genito à trilineo *gbb*, quod eſt ad cylindrũ vt 3. ad 8. per Corol. pr. 27.

Coroll. II.

Hinc genitũ à ſemicirculo *c d b* eſt ad genitum à prædicta fig. vt 2. ad 3. & ad cylindrũ vt 1. ad 4.

Coroll. III.

Cum autem genitum à *c e b* ſit duplum geniti à *c d b*, ſunt enim genita, vt fig. genitum à fig. contenta curuis *b e c*, *b f g*, eſt ſubduplũ geniti à ſemicirculo *c d b*; eſt enim genitũ à fig. contenta curuis *b d c*, *b e c* æquale genito à *c d b*; igitur vt 2. ſed genitũ a fig. contenta curuis *b d c*, *b f g* & recta *c g* eſt vt 3. igitur genitum à fig. contenta curuis *b e c*. *d f g* & recta *c g*, eſt vt 1. igitur * cylindri, & * geniti à *c d a*.

* $\frac{1}{8}$ * $\frac{1}{2}$

Coroll. IV.

Genitum à fig. prædicta, ſcilicet curuis *b e c* & *b f g*, contenta, eſt æquale genito à trilineo *c g h*; nam cum ſingulæ applicatæ ſint æquales, in vtraq. fig. genitæ ſuperficies ſunt æquales; v. g. genita à *q ſ*, æqualis genitæ ab *r t*; genita ab *e ſ* æqualis genitæ ab *f i*; igitur ſolida genita æqualia: Hinc genitum à trilineo *g b b*, eſt triplum geniti à trilineo *c g b*.

Coroll. V.

Genitum à *b c b* circa *c g* reuoluta, eſt ad genitum cylindrum vt 7. ad 8. cum enim genitum à trilineo *c g b*, ſit ad cylindrum vt 1. ad 8. erit genitum à *b c b*, ad cylindrum, vt 7. ad 8.

Coroll. VI.

Hinc demum habentur alia genita, puta à trilineo *c f g*; cum enim habeatur genitum à trilineo *c g b*, item genitum à trilineo *g f b*, quod eſt ad genitum à rectangulo ſub *g b*, *i f*, vt trilineum ad rectang. habetur genitum à *c f g*. item à fig. curuis *e d b*, *c f b*, & recta *b b* contenta; cum enim genitum à ſemicirculo *c d b* ſit ad cylindrum vt 2. ad 8. & genitum à *b c b* vt 7. erit genitum à prædicta fig. ad cylindrũ vt 5. ad 8. igitur æquale genito à *c b g*; cum autem genitum à *c e b* ſit vt 4. erit genitum a figura contenta curuis *c e b*, *c f b* & recta *b b*, ad cylindrum, vt 3. ad 8. igitur æquale genito a fig. contenta curuis *b d e*, *b f g* & recta *c g*. Hinc genita a *c d a* & trilineo *c f g*, adæquant genitum à trilineo *b b f*.

Prop. XXIX.

Genitum a quolibet ſegmento recto cycloidis circa baſim reuoluto haberi poteſt. Sit *a b f* circa *a f* reuolutum, genitum a *d f b* eſt æquale genito ab *i y b*; ſunt enim fig. homogeneæ; igitur dimidium cylindri eiuſdem baſis & altitudinis per prop. 4. genitum vero a quadrante *a d b*, eſt ad cylindrum eiuſdem baſis & altitudinis, vt 2. ad 3. igitur ſit *a d* 7. *d f* 11. erit genitum ab *a b f* ad cylindrum ſub altitudine *a f* vt 10. * ad 18. vel vt cylindrus ſub eadem baſe & altitudine compoſita ex * *a d* & * *d f*. ideſt vt 61. ad 108.

* $\frac{1}{6}$ * $\frac{2}{3}$ * $\frac{1}{2}$

Sit

Sit aliud ſegmentum K *b n*; cum habeatur ratio K *b n* ad rectang. ſub *K m*, *K b*, & centri grauitatis vtriuſque diſtantia, ab ipſa K *m*; habetur ratio compoſita ex rationibus diſtantiarum & figurarum, ſed hæc eſt ratio ſolidorum genitorũ, per Poſit. 9. idem de quolibet alio ſegmento dictum ſit v. g. de *o b f*.

Coroll.

Hinc habentur genita ab *a d b*, *d e b*, *e f b*, ſeorſim; eſt autem genitum ab *e f b*, æquale genito ab *f i b*; item genitum a *b a f* circa *b b* reuoluta, habetur enim diſtantia centri *a b f*, ab ipſa *b b*; item genita a *d e b*, *e f b*, circa *b b* reuolutis; item a trapezio *b a f b*, & à quolibet alio, ex tradita regula generali.

Prop. XXX.

Habetur centrum grauitatis geniti tum a fig. cycloidis, tũ a quolibet ſegmento integro, circa baſim reuolutis; eſt enim in puncto, in quo baſis & axis decuſſantur; nempe centrum ſolidi geniti eſt in axe, qui per centra omniũ planorum ducitur; item in baſe figur. quæ per centra omniũ circulorũ etiã ducitur; igitur in concurſu vtriuſq. centrum geniti eſſe neceſſe eſt.

Propoſ. XXXI.

Habetur ratio ſolidi geniti a fig. ſemicycloidis, circa axem reuolutæ, ad cylindrum eiuſdem baſis & altitudinis; ſint omnia vt ſupra. ſemicycloidis fig. *c b g*, circa axem *b c* reuoluta, genitum ab illa eſt ad cylindrum eiuſdem baſis & altitudinis, vt ſolidum ſub altitudine *c b*, procedens per quadrata *c g*, *o ſ*, *a f*, K *n* &c. ad parallelepipedum ſub altitudine *c b*, & baſi quadrato *c g*: vt enim parallelepipedũ eſt homogeneũ cylindro, ita prædictũ ſolidũ per quadrata procedens homogeneum genito a *c b g*; ſed ſcitur ratio prædicti ſolidi ad parallelepipedũ per Corol. 20. prop. 22. igitur inde habetur ratio prędicti geniti ad cylindrum, quam infra in calculis probabimus.

Coroll. I.

Hinc habentur multa ſolida genita, facta reuolutione circa *b c*, ſcilicet genitum a trilineo *b b g*, item genitum a fig. contenta curuis *b d c b f g*, ſublato genito a *b d c*; item genitum à fig. contenta curuis *b e c*, *b f g* & recta *c g*, ſublato genito a *b e c*, duplo geniti a *b d c*; itẽ genitum a *c a f g*; ſi enim ex parallelepipedo ſub altitudine *c a* & baſi quadrato *c g*, auferatur bis iſoparallelum ſub baſi trilineo *i g f*, & altitudine *c g*, minus ſolido ſub altitudine *i g*, procedente per quadrata ſub *f i*, *ſ t*, & alijs differentijs arcuum & ſinuum, reſiduum procedit per quadrata *c g*, *o ſ*, *a f*, hæc autẽ cognita ſunt per Coroll. 20. prop. 22. ſit autem vt prædictum parallelepipedum ad prædictum reſiduũ, ita cylindrus genitus a *c i*, ad aliud ſolidum, hoc ipſum erit genitum à *c a f g*, quod prædicto reſiduo eſt homogeneum.

Coroll.

Coroll. II.

Hinc habetur centrum grauitatis *c b g*; nempe iam habetur illius distantia a basi *c g*, per Prop. 26. habetur ratio genitorum, quę est cōposita ex ratione figurarum, quæ habetur, & ex ratione distantiarū, quarum altera habetur, scilicet dimidia *c g*, igitur altera etiam habetur; datis enim duobus terminis cōpositæ, item duobus alterius rationis cōponentis, cū tertio termino alterius, habetur quartus terminus eiusdem, vt supra ostensū est: igitur habetur perpendicalaris cadens à centro fig. in basim *c g*, itē perpendicularis ab eodē cadens in axē *c b*; igitur habetur cōcursus vtriusq. in quo est centrū fig. *c b g*.

Coroll. III.

Habetur etiam centrum trilinei *b b g*, quod eodem modo demōstratur; item genitum ab eodem trilineo, circa *g b* reuoluto; habetur enim ratio composita distantiarum & figur. igitur solidorū genitorū; itē habetur centrū trapezij *c a f g*, scilicet perpendicularis ab eo cadens in axem *c b*; igitur genitū ab eodē trapezio, circa *g i* reuoluto, quo sublato ex cylindro genito a *g a*, habetur genitum à trilineo *i f g*.

Prop. XXXII.

Habetur solidum genitum a segmento circa axem reuoluto, cuius basis in centrum circuli genitoris cadit. sit v.g. *a b f*; genitum ab eo est homogeneum solido, sub altitudine *a b*, procedenti per quadrata sub compositis ex arcubus & sinubus; vt patet, est enim *a f* composita ex sinu *a d* & arcu *d b*; item K *n* ex sinu *K l* & arcu *l b* &c. scitur autem ratio huius solidi ad parallelepipedum eiusdem altitudinis & basis, igitur & prædicti geniti ab *a b f* ad cylindrum; scitur inquā prædicta ratio per Corol. 7. prop. 14. & Coroll. 20. pr. 22.

Coroll. I.

Hinc habetur centrum grauitatis segmenti *a b f*; quod etiā alio modo habetur, cognito scilicet centro totius fig. *c b g* & trapezij *c a f g*; Habetur etiā genitū a *b f c*, duplum scilicet geniti ab *a b f*.

Coroll. II.

Habetur genitum a *d f b*, sublato scilicet genito ab *a d b*: ac proinde centrum eiusdē *d f b*; item genitum à fig. contenta curuis *b d c*, *b f c* ac eiusdem fig. centrum; item genitum a trilineo *e f b*, sublato genito ab *a e b* duplo geniti ab *a d b*, eiusdemq. trilinei centrū; itē genitum a lunula cōtenta curuis *b e c*, *b f c*, sublato genito a *b e c*; habentur etiam centra figurarum, cognitis genitis.

Coroll. III.

Facta autem reuolutione circa *b g*, habetur genitum a trilineo

g b b.

g b b cuius habetur centrum; item à fig. *c b g*; propter eamdem rationem; item genitum à fig. contenta curuis *b d c*, *b f g*, & recta *c g*; item à fig. contenta curuis *b e c*, *b f g*, & recta *e g*; item genitum à prædicta lunula; item à trilineo *e g f*, vel *b b f*; quia scilicet cognoscuntur centra.

Prop. XXXIII.

Secto solido quod procedit per rectangula, sub sinubus rectis & complementi, habetur ratio segmentorum; sit prædictum solidum *a b d c*, de quo supra, procedens per segmenta *b a e*, *o b g*, &c. vel per rectãgula parallela *e g*, quod est sub sinu recto & cõplemẽti, vt ostensum est in Corol. 2. Prop. 13. secetur plano *o b g*, cum sit homogeneũ triang. *a f d*, sunt segmenta solidi vt segmenta trianguli; hæc autem sunt vt quadrata segmentorũ basis *a b*, *b d*. igitur cognito toto solido, cognoscuntur segmenta. Fig. 16

Coroll. I.

Hinc secto solido per planum *e g*, cognoscitur segmentũ interceptum planis *b a c*, *o b g*, ex quo si auferatur isoparallelũ, sub basi *e f a*, & altitudine *a b*, cognoscitur residuũ, cuius basis est *e g* & alitudo *e b*.

Coroll. II.

Hinc solidi *a e c* secti plano *d b* segmenta cognoscuntur; nempe habetur isoparallelum, sub basi trapezio *a l K b*, & altitudine *a g*, segmentum verò sub basi *g i d b* & altitudine *g f* sic haberi potest, cognoscitur solidum procedens per sectores parallelos *g i d* versus *f e*, est homogeneum triangulo; igitur dimidium isoparalleli sub basi sectore *g i d*, & altitudine *g f*, cognoscitur etiam solidum procedẽs per triangula parallela *g b d* versùs *f e*, est enim subduplum solidi cogniti, procedentis per rectangula sub sinubus rectis & complementi, per Cor. 1. igitur cognoscitur segmentũ interceptũ planis *a e* & *b k*; quo sublato ex toto solido *a e c*, habetur residuum segmentũ *d b c*. Fig. 17

Coroll. III

Hinc solidum segmentum sub base *g b d i*, & altitudine *g f*, est æquale isoparallelo sub basi K *l n p*, & altitudine *l i*,

Coroll. IV.

Si redeamus ad figuram *c b g*, solidum procedens per rectangula sub sinubus & arcubus, id est sub *a d*, *d f*, *K l*, *l n*; &c. est homogeneũ prædicto solido; hinc si secetur plano *l n*, habebitur ratio segmentorũ, vt supra; additoque solido procedente per quadrata sinuum *a d*, k *l* cognito, habebitur solidũ procedens per rectangula sub *a f*, *a d*; k *n*, k *l*; id est sub sinubus & compositis ex sinubus & arcubus; habebitur etiam segmentorum ratio ducto plano *K n*. Fig. 14

Facta reuolutione circa axem, habetur genitum à fig. contenta semicycloide, & recta eidem subtensa: sit $c\,i\,g$ semicyclois, sit figura contenta curua $b\,f\,g$ & recta $b\,g$, habetur solidũ ab ea genitum circa $b\,c$ reuoluta, nẽpe si ex solido genito à $c\,b\,f\,g$, auferatur conus genitus à triangulo $c\,b\,g$, residuum dabit genitum à prædicta fig.

Coroll. I.

Hinc habetur centrum grauitatis prędictæ fig. item genitum à $\delta\,f\,b$, sublato scilicet genito ab $a\,\delta\,b$ cognito, ex genito ab $a\,f\,b$ etiã cognito; hinc habetur genitum à $\delta\,f\,g$; item centrum grauitatis tũ $\delta\,f\,b$ tum $\delta\,f\,g$.

Coroll. II.

Si sit alia linea semicycloidis $g\,d\,b$ communi subtensa $b\,g$, centrum vtriusque simul est in $a\,f$; cum vtrimque applicatæ parallelæ $a\,f$ & æquidistantes sint æquales, igitur in puncto δ, vt patet;

Coroll. III.

Hinc habetur genitum ab vtraq. simul sumpta, est enim ad cylindrum genitum a $b\,g$, in ratione composita figurarum & distantiarũ: distantiæ sunt æquales; nam centrum vtriusque fig. est in δ; igitur genita sunt vt fig. rectangulũ est duplũ figuræ; igitur genitũa fig. est subduplũ geniti a rectangulo.

Coroll. IV.

Hinc genitum à prædicta figura est sesquialterum coni geniti à triangulo $b\,c\,g$, & subsesquitertium geniti à triangulo $b\,g\,b$; hinc genitum ab vtroque trilineo simul sumpto est æquale genito à figura, suntque genita vt figuræ cum centrum vtriusque sit in δ.

Coroll V.

Si voluatur prædicta fig. circa $c\,g$ cum genitum à $c\,b\,g$ sit ad cylindrum vt 5. ad 8. id est vt 15. ad 24. erit genitum à prædicta fig. vt 12. ad 24. igitur genitum à trilineo $b\,c\,g$ vt 3. & genitum à trilineo $g\,b\,b$ vt 9. Hinc genitũ à dimidia figura contenta curua $b\,f\,g$, & recta $b\,g$, vt 7. quia genitum à triang. $g\,b\,b$ vt 16. igitur genitum ab alia dimidia vt 5. Hinc vides processionem per numeros impares. Initio ducto à trilineo $b\,c\,g$, 3. 5. 7. 9. genitum denique ab $h\,g\,b$ vt 21. porro in hoc, duo trilinea $c\,b\,g$, $g\,b\,b$ conueniunt cum parabolicis, quod genitum ab vno sit triplum geniti ab alio.

Schol.

Fig. 13 Sed ad calculationes venio. Sit cyclois integra $b\,a\,e$, licèt enim supra figurę sinuũ loco fuerit, nunc suppono esse cycloidem, quæ voluatur

luatur circa be; vt ca circulum gignit, ita & aliæ omnes ordinatim applicatæ parallelæ, sit ca axis fig. v. g. 14. eb basis 44. iuxta rationē Archimedeam, sit solidum homogeneum procedens per quadrata sub diametris circulorum genitorum à prædictis ordinatim applicatis, sub altitudine eb; vocetur homogeneum maius; sit aliud, sub altitudine ce procedens, per quadrata applicatarum parallelarum ca; vocetur homogeneum minus; hoc est subo&uplum maioris, vt patet: sit isoparallelum sub basi bae, & altitudine ai, sectum plano eib, homogeneum minus est æquale superiori frusto; cum sit duplum dimidij frusti, nempe homogeneum procedit per quadrata, & semifrustum per triangula, sub eadem vtrumque altitudine ce; estque quodlibet quadratum, duplum sui trianguli; porro sit centrum grauitatis fig. bae in K, ita vt cK sit ad ca, vt 5. ad 12. erit prædictum frustum ad isoparallelum vt 5. ad 12. igitur & homogeneum minus, vt 5. ad 12. igitur homogeneum maius vt 40. ad 12. id est vt 10. ad 3. cum igitur fig. eab adæquet tres circulos sub diametro ca, circulus sub diametro dupla ca erit ad figuram cab vt 4. ad 3. igitur cylindrus sub basi prædicto circulo, & altitudine ai, ad isoparallelum vt 4. ad 3. igitur homogeneum maius ad hunc cylindrum vt 10. ad 4. vel 5. ad 2. sed hic cylindrus est ad genitum à rectangulo sub be, ca, circa eb reuoluto, vt ca ad eb, id est vt 14. ad 44. igitur homogeneum maius erit ad genitum à prædicto rectangulo vt 35. ad 44. at parallelepipedum sub basi quadrato duplæ ca, & altitudine eb, est ad prædictum genitum vt 14. ad 11. id est vt 56. ad 44. & ad homogeneũ maius vt 56. ad 35. id est vt 8. ad 5. igitur homogeneum maius ad genitum à fig. eab vt 35. ad 27* id est vt 14. ad 11. igitur homogeneum maius ad cylindrũ sub basi circulo diametri ca & altitudine ai, erit vt 40. ad 4. id est vt 10, ad 1. igitur genitũ ab eab ad cylindrum sub basi circulo genitore & altitudine ca, est vt 55. ad 14. $*\frac{1}{2}$

Sit vero iy, vel df, 11. cb 14. parallelepipedũ sub basi quadrato iy, vel df, & altitudine ib, erit 847. ductum in 3. 2541. Fig. 24

cubus sub latere ib, erit 343 ductus in 3. 1029.

solidum procedens per quadrata arcuum iy, xz, &c. sub altitudine ib, erit 392. ductum in 3. 1176.

solidum homogeneum sphæræ procedens per quadrata sinuum sub altitudine ib, erit $228\frac{2}{3}$ ductum in 3. 686.

solidum procedens per rectangula sub arcubus & sinubus & sub eadem altitudine ib, erit $297\frac{1}{2}$ ductum in 3. $892\frac{1}{2}$

differentia solidi vtriusque, $206\frac{1}{2}$

addatur hæc differentia vltimo solido, erit aggregatum 1099.

auferatur hoc aggregatum ex solido procedente per

qua-

quadrata arcuum, residuum erit 77.
& hoc est solidum procedés per quadrata diffeeentiarum arcus inter & sinus.

Si ex parallelepido sub quadrato *cg*, & altitudine *ca*, auferatur bis isoparallelum sub basi trilineo *gif*, & altitudine *eg*, minùs solido procedente per quadrata *fi*, *ft*, scilicet per quadrata differentiarum, de quo supra, residuum erit solidum procedens per quadrata *cg*, *os*, *af*, scilicet, 9779.

Addatur solido, procedenti per quadrata arcuum bis solidum procedens per rectangula sub arcubus & sinubus, minùs solido procedente per quadrata sinuum, eritque aggregatum procedens per quadrata *af*, *Kn*, &c. compositarum ex arcubus & sinubus scilicet, 2275.
addatur vnum alteri, eritque solidum procedens per quadrata *cg*, *af* &c. 12054.
est autem parallepipedum sub basi quadrato *cg*, & altitudine *cb* 20328.
igitur parallelepipedum est ad solidum procedens per quadrata *cg*, *af*, &c, id est cylindrus genitus à rectangulo *cb*, ad genitum à fig. *cbg* circa *bc* reuolutis, vt 484. ad 287.

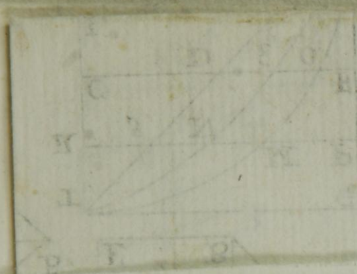
Hinc si auferatur ex genito à fig. *cbg*, genitum à triangulo *cbg*, id est * geniti à *cb*, residuum dabit genitum à fig. contenta curuis *bfg* & recta *bg*, scilicet 125 * igitur genitum ab alia semiportione 116 * igitur genitum à trilineo *bcg*, 45. igitur genitum a si alio trilineo 197.

* $\frac{1}{3}$ * $\frac{2}{3}$ * $\frac{1}{3}$

Sublato autem bis solido, procedente per quadrata sinuum, ex solido, quod procedit per quadrata *cg*, *af*, residuum erit 10682. igitur si genitum à *cdfg* est 287. genitum à fig. contenta curuis *bdc*, *bfg*, & recta *cg* erit 254. * & consequenter genitum à semicirculo *cdb*, 32. igitur genitum à *ceb*, 130 * igitur genitum à figura contenta curuis *bec*, *bfg* & recta 156 * est autem genitum à *cb* circa *cb* ad genitum circa *cg*, vt 847. ad 539. id est 484. ad 308. igitur genitum à *cbg* circa *bc*, ad genitum à *cbg* circa *cg* vt 287. ad 192. * alio modo habetur genitum à trilineo *bcg*, sublato scilicet genito à fig. contenta curuis *bfg*, *bdg*, dimidio geniti à *cb*, ex genito à *cbg*, id est 242. ex 287. residuum 45. erit genitum à trilineo *bcg*.

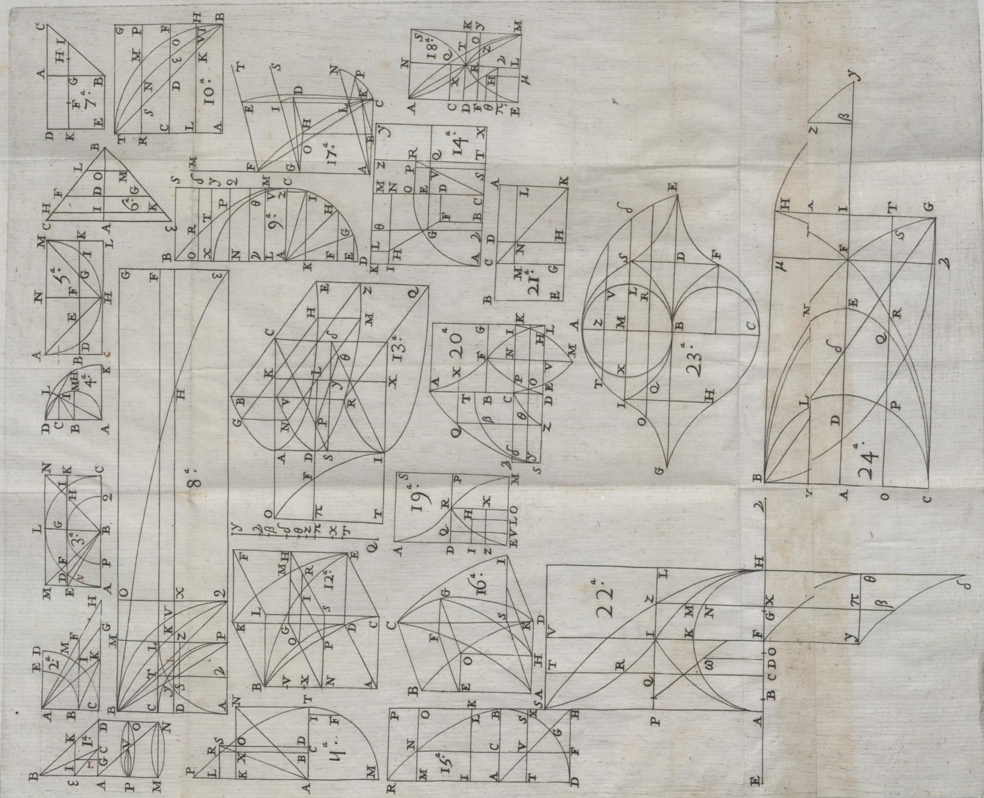
* $\frac{1}{3}$ * $\frac{2}{3}$ * $\frac{1}{3}$ * $\frac{1}{2}$

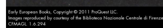
45



45

77.
779.
275.
054.
328.
cg,
fig;
cbg,
ruа
one
io tri.
n, ex
e. igi-
bdc,
rculo
con-
rca
ritur
192,
geni-
ito à
g.





qua
& h
arc
S
aufe
rudi
ſcili
duu
ſcili
Add
dum
min
aggi
poſi
adda
dtat
eſt a
dine
igitu
a f,
c b g
H
id eſ
b f g
116
linec
S
ſolid
tur ſ
b f g,
c d b,
tent
c b a
geni
* alic
to à
c b g,



